

# 程勇：拓扑空间，模态语言，拓扑对应语言 $L_t$ : 可表达性与可定义性 (2007)

本文的主要目的是借助[2]中介绍[3]中发展的拓扑对应语言 $L_t$ 及其拓扑模型论和关系语义模态模型论的方法发展拓扑语义模态模型论。国际上关于拓扑语义模态模型论的研究尚属起步阶段。现有的关于拓扑语义的研究主要集中在系统公理化和完备性证明领域（见[7]），本人所知的关于拓扑语义模态模型论研究的仅有[2][8]。当然限于篇幅本文不可能发展出全部拓扑语义模态模型论的内容。本文主要考察的是刻画拓扑空间的模态语言与拓扑对应语言 $L_t$ 的可表达性及可定义性问题。文中探讨的可表达性问题包括：拓扑语义下的van Benthem 对应定理，模态语言的插值定理及Beth 特征。探讨的可定义性问题包括：拓扑模型类，拓扑点模型类的模态可定义及基本模态可定义的充要条件；初等拓扑空间类模态可定义及基本模态可定义的充要条件；模态可定义（基本模态可定义）的拓扑空间类为 $L_t$ 可定义类（基本 $L_t$ 可定义类）的充要条件。本文为最先系统探讨如上问题的论文；本文的定理均为拓扑语义模态模型论领域的新结论。

本文的基本参考文献为：[1]，[2]，[3]，[4]，[6]。在这些参考文献基础上运用 $L_t$  拓扑模型论及关系语义模态模型论的结果方法我们证明了如下主要结论：定理1.15, 2.15, 3.18, 3.19, 4.11, 4.13, 4.21, 5.5, 5.13, 6.9, 6.10, 7.18, 8.7, 8.9。其中定理3.18, 3.19, 4.11, 4.13, 5.5, 6.9, 6.10, 8.9 为应用参考文献中方法所作结果，定理1.15, 2.15, 4.21, 5.13, 7.18, 8.7 为独立完成的结论。在证明过程中独立提出如下重要概念： $A$  空间的模态饱和性，内代数的滤积，拓扑空间类的滤积，弱 $L_t$ 饱和性， $D$  双拟， $L_t$ - $D$  饱和性，描述泛拓扑空间，双拟子空间。

本文在如下方面扩展了[2]、[8]的工作：本文的定理4.11, 7.18 证明了比[8]文主要结果定理2.3.4 更强形式的命题。[8]文不涉及可表达性问题，[2]文没有探讨插值定理及Beth 特征问题。可定义性的探讨[2]、[8]均仅局限在拓扑空间类模态可定义性问题，而本文的探讨扩至拓扑空间类，拓扑模型类，拓扑点模型类的模态可定义，基本模态可定义的问题；另外我们还探讨了模态可定义与 $L_t$ 可定义的关系。[2]、[8]分别用模型论方法和代数方法证明主要结论，而本文综合运用了两种方法证明所需结论。此外本文还发展了描述泛拓扑空间与内代数的对偶理论及证明其他的结果。

本文的序言部分系统说明了：正文各节的主要目的，工作背景，各节的主要结论及与参考文献的关系；文中所有定理的分类，对文中主要结论，命题，定义及与文献[2][8]关系的说明。