

报告内容简介

一个带有相对化公共知识和群体隐含知识的静态认知逻辑系统 $S5_m^B(C, D, E)$

(北京大学哲学系 03 级博士生 郭美云 10323817)

1 问题的提出

动态认知逻辑是近年来一个相对比较新的研究领域。它旨在为信息变化提供一套形式化的处理办法。因此它通常可以分为两部分，一部分处理信息，另一部分处理变化。处理信息的这一部分是由原先的认知逻辑完成的。在动态逻辑中，一个程序的调用和执行就被认为是一个行动。动态认知逻辑 (Dynamic Epistemic Logic) 参照动态逻辑的做法把行动作为模态引进到语言中之后，它们和认知逻辑中的知道算子共存并且相互作用，关于知识的命题和关于行动的表达式合在一起就能表达和处理主体的知识变化和发展了。

在当今的动态认知逻辑研究中，往往可以通过翻译的方法将一个动态认知逻辑系统归约到一个相应的静态认知逻辑系统中去，从而相对容易地就得到了这个动态认知逻辑系统的完全性。比如，我们通过归约的方法由 $S5(n)$ 的完全性很容易就得出公开宣告逻辑 PAL 的完全性。此外，这种归约的方法不仅使得完全性的证明简单明晰而且能够更为清楚的展示静态向动态的转换。因此，使用归约的方法来进行动态认知逻辑的研究一直是一个主要的思路。

在多主体系统中，群体知识的概念是十分重要的，因为主体之间的影响和互动很多是建立在群体知识的基础之上的。因此，群体知识在动态认知逻辑中占有重要的地位。带有群体知识的动态认知逻辑在表达能力和刻画主体间互动的能力都有所提高，但与此同时，系统的复杂性和完全性的证明难度都会加大。因此，对于如何在动态认知逻辑中考虑各种群体知识一直是动态认知逻辑研究中的一个热点问题。

群体知识有普遍知识 (General Knowledge, Universal Knowledge)、公共知识 (Common Knowledge) 和群体隐含知识 (Group Implicit knowledge, Distributed Knowledge) 三种知识。由于普遍知识可以用群体中的个体知识定义出来，所以对于群体知识的研究主要集中在公共知识和群体隐含知识上。

那么自然会产生这样一个问题，对于带有群体知识的动态认知逻辑系统来说，归约的方法是否依然适用呢？

对于带有群体知识的动态认知逻辑来说，归约这种方法能够实行的关键在于在动态认知逻辑中为群体知识找到归约公理。但是，对于通常的公共知识来说，这种归

约公理是不存在的。因为 A.Baltag, L.S. Moss, S. Solecki[1999] 证明在带有公共知识的动态认知逻辑比带有公共知识的静态认知逻辑表达力更强。因此, 它是不可能归约到一个带有通常公共知识的静态逻辑系统上去的。

为了解决这个问题, B Kooi, J van Benthem[2004] 提出了一个相对化的公共知识的概念, 带有相对化的公共知识的动态认知逻辑的表达力和带有相对化的公共知识的静态认知逻辑一样强。因此, 归约的方法就依然可以派上用场。

把相对化公共知识引入到动态认知逻辑的语言之后, 就很容易地得到了关于相对化公共知识的归约公理了。而群体隐含知识是一种比个体知识还弱的知识, 有关它的归约公理也容易得到。

因此, 要得到一个完全的带有相对化公共知识和群体隐含知识的动态认知逻辑系统, 关键在于首先建立一个带有相对化公共知识和群体隐含知识的静态认知逻辑系统作为归约的基础。

2 内容介绍

这次报告主要介绍笔者博士论文的第四章 - 静态认知逻辑系统 $S5_m^B(RC, D, E)$ 。

本章主要在 van der Hoek, J -J Ch Meyer[1996] 建立的逻辑系统 $S5_m(C, D, E)$ 的基础上, 考虑 B Kooi J van Benthem[2004] 提出的相对公共知识 (Relativized Common Knowledge), 并且把群体知识都推广到一般情形。考虑建立起一个包含相对化公共知识和群体隐含知识的公理化系统 $S5_m^B(RC, D, E)$, 从而把它作为后面两章建立的动态认知逻辑系统归约后的基础。

对于一个带有公共知识和群体隐含知识的公理化系统来说, 通常为这个系统构造的典范模型不满足两条性质, 从而只能证明该系统一个弱框架上的完全性。而根据我们对于公共知识和群体隐含知识的语义解释, 我们还希望它在那个强框架上也是完全的。

本章利用 van der Hoek, J -J Ch Meyer[1996] 中提出的滤 (Filtration) 和拆开 (Unraveling) 的方法对典范模型进行两次转换变形, 从而同样可以证明 $S5_m^B(RC, D, E)$ 在强框架上的完全性。

在 R.Fagin, J.Halper, Y.Moss, M.Vardi[1995] 和 J.-J.Ch. Meyer, W. van der Hoek[1995] 中都分别各自考虑建立了带有公共知识的认知逻辑系统 K_n^C 、 T_n^C 、 $S4_n^C$ 、 $S5_n^C$ 和 $KD45_n^C$, 还有带有群体隐含知识的认知逻辑系 K_n^D 、 T_n^D 、 $S4_n^D$ 、 $S5_n^D$ 和 $KD45_n^D$ 。van der Hoek, J -J Ch Meyer[1996] 建立了第一个考虑所有群体知识的认知逻辑系统 $S5_m(C, D, E)$, 并且成功地证明了它的完全性。Gerbrandy[1999] 在他的博士论文中建立了带有群体隐含

知识的认知逻辑系统 DK , $DK45$ 和 $DS5$, 不同的是, 他把先前的隐含知识算子 D 推广到一般情形 $D_B(B \subseteq N)$, 从而原先系统中的隐含知识算子 D 成了 D_B 中的一种特殊情况即 D_N 。同样, van Ditmarsch,W. van der Hoek,B.Kooi[2005] 中也建立了一个带有一般情形公共知识的认知逻辑系统 $S5C$ 。 Gerbrandy[1999] 曾经提出不知能否用 van der Hoek,J -J Ch Meyer[1996] 的方法证明他所建立的 DK , $DK45$ 和 $DS5$ 的完全性的问题, 本章给出的是一个肯定的回答。

和 W. van der Hoek, J.-J.Ch. Meyer[1996] 中的 $S5_m(C, D, E)$ 系统相比, 我们把所有这些群体知识推广到一般情形, 于是 $S5_m^B(C, D, E)$ 系统中出现了这种考虑各个不同群体之间的相互知识的公理。因此, $S5_m^B(C, D, E)$ 不仅可以刻画不同群体知识的相互关系, 而且还可以表达同一群体知识在不同群体之间的关系, 可以说, 这更符合我们一般对群体知识的理解。此外在 $S5_m^B(C, D, E)$ 系统中, 考虑的是相对化公共知识。它比通常的公共知识表达力更强。在后面两章我们可以看到, 它和包含动态算子的动态逻辑的表达力是一样强的。

但是, 和 W. van der Hoek, J.-J.Ch. Meyer[1996] 中的 $S5_m(C, D, E)$ 系统一样, 逻辑 L 在强框架上的可判定性还依然是一个问题, 因为通过滤的方法我们很容易得出逻辑 L 在弱框架上是可判定的, 即任何一个 L -一致的公式我们都可以找到一个弱框架上的有穷模型。但是, 我们通过拆开成路径再取等价类的方法得到的强框架上的典范模型是否还依然是一个有穷模型呢? 这还需要进一步的考察。此外, 有了一般群体知识之后, 不同群体之间的知识互动就成了一个很有意思的问题, 因此, 在动态认知逻辑中考虑行动对于不同群体和不同群体知识之间的影响和相互作用值得进一步深入研究。

3 参考文献

1 、 R.Fagin, J.Halper, Y.Moss,M.Vardi, 1995,**Reasoning about Knowledge**[M], MIT Press, Cambridge.

2 、 J.-J.Ch. Meyer, W. van der Hoek, 1995, **Epistemic logic for AI and computer science**[M], Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 41.Cambridge University Press, Cambridge.

3 、 Jan.A.Plaza,1989,Logics Of Public Announcement ,Proceedings 4th International Symposium on Methodologies for Intelligence Systems.

4 、 W. van der Hoek,J.-J.Ch. Meyer,1995,A complete epistemic logic for multiple agents: Combining distributed knowledge and common knowledge[R]. Technical report UU-CS-1996-52,Utrecht

University.

5、 D.Kozen, D.Harel,J.Tiuryn,2000,**Dynamic Logic**[M], MIT Press, Cambridge.

6、 J.Gerbrandy,1999,Bisimulation on Planet Kripke,[D][EB/OL].<http://www.illc.uva.nl/Publications/rep>

7、 A.Baltag, L.S. Moss,S. Solecki,2003,The logic of public announcements, common knowledge and private suspicious[R]. Manuscript, originally presented at TARK 98,2003.

8、 B Kooi, J van Benthem, 2004,Reduction Axioms for Epistemic Actions[A].Renate Schmidt, Ian Pratt-Hartmann,Mark Reynolds, Heinrich Wansing(eds.).**Advances in Modal Logic**[C]. 2004.197-211.

9、 H.van Ditmarsch, W. van der Hoek,B.Kooi,2005,**Dynamic Epistemic Logic**[M],Springer,Manuscript