个体语义、性质语义与弗雷格谜题

2012年3月6日

陈星群

北京大学哲学系2010级博士生

今天报告的内容

- 一阶逻辑的语义的两种可能方向
  - 个体优先的（论域基于个体的）
  - 性质优先的（论域基于性质的）
- 两种个体语义对弗雷格谜题的解决
  - Nathan Salmon的Modified Naïve Theory
  - Kit Fine的Semantic Relationism
- 一种性质语义
  - 哲学考虑
  - 语义概貌

一、一阶逻辑的两种可能语义

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 当我们遇到一个对象时，或许我们会笼统地认为这是某个个体（东西、对象），但是也会同时发现它具有某些形状、有某些气味、有某些颜色、有着一些性质等等。
- 人们可以把着重点放在前者，也可以放在后者。

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 第一种方式的极端化：
  - 有着赤裸裸的、没有任何性质的个体（bare particulars），它们是性质的承担者（容器）。
- 个体的大部分性质（所有性质，如果不承认有本质属性的话）都是可变动的、甚至是可有可无的；无论是否拥有这些性质，那个个体仍然是那个个体 。

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 例
  - 把苏格拉底的那些可有可无的性质全部统统去除，最后还剩下的那个东西，才是“真正的”苏格拉底。
- 反驳
  - 苏格拉底至少具有自我同一性。

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 对这种反驳的回应：
  - 性质反映了个体的某种分类。
  - 真正的性质应该在所有个体中有所取舍，从所有个体中区分中它的某个真子类（集）；真正的性质，只适用于某些个体而不是任意的个体。
  - 平庸的性质对任意个体都适用，反映不出个体之间的分类；
  - 苏格拉底的确具有自我同一性，但是这种性质不能把苏格拉底和其它个体区分出来；
  - 一群赤裸的殊相，与一群赤裸的但是自我同一的殊相，这只是术语上的不同而已。

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 进一步的反驳
  - 苏格拉底具有“苏格拉底性（或苏格拉底的本质属性）”。
- 回应
  - 这种看法会损害 “个体优先于性质”的主张，它使得个体等同于其本质属性的某种聚合。

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 性质优先于个体。
  - 推广到极端，可以认为“个体”是多余的，所谓的个体其实都可以还原为某些性质的聚合。

一、一阶逻辑的两种可能语义

- 熟知的一阶逻辑的语义是个体优先的语义。
- 一阶结构的论域正好是以个体（对象）为元素，关系被解释为个体的类（集合），函数作用于（若干）个体之上。
- 弗雷格的《概念文字》是《个体文字》。
- 优点：表示个体项的符号被解释为论域中的个体；这对应于自然语言中，我们用名字来表示某人某物——例如专名或通名相应于某个个体或者某类个体。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 弗雷格谜题
  - 1，Hesperus is Hesperus.
  - 2，Hesperus is Phosphorus.
- 语义值无法把信息值上的差异给表现出来。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 我们之所以会觉得这两句话不同，是因为在使用到任何一个名字的时候，使用者总会把它关联到一些性质上去。例如Hesperus会关联到“傍晚出现”、“星星”、“天体”之类的性质上，而Phosphorus则被关联到“早晨出现”、“星星”、“天体”之类的性质上。
- 人们对于表达式并没有单纯只考虑相应个体，而不考虑相应性质的用法。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 只考虑个体的语义是否合适？
- 弗雷格的做法
  - 在指称之外另给一个语义值“涵义”；
  - 两个表达式的指称相同，但是涵义可以不同；
  - 涵义充当的就是区别认知差异的作用。
- 弗雷格修改后的语义是混合语义：个体项（关系、函数）的语义值在直接语境中是个体（类、函数），即论域中的某个元素；在间接语境中则是个体的涵义（类的涵义、函数的涵义），通常被表示为可能世界集到论域的函数。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 坚持纯粹的个体语义该如何做？
  - （1）主张认知意义上的区别不应该由语义值来反映；
  - 进而（2）对个体语义增加某些相应的技术或作某种特殊解释，以使得个体语义也能反映认知差别。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- Nathan Salmon在1986年的《Frege's Puzzle》中试图给过一个解决方案，以表明经由不同的方式，一个主体相对于同一个对象会有不同的（命题）态度。

Nathan Salmon(1951-)，美国分析哲学家，兴趣在形而上学、语言哲学和逻辑哲学，现任University of California, Santa Barbara的哲学教授。

http://www.philosophy.ucsb.edu/people/profiles/faculty/salmon.html

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 认知信息不是由语义值来表现的。
- 句子编码着信息，这些信息就是它的语义值；而句子也传达着信息。前者是语义学的内容，后者则是属于语用学的内容。
- 例如句子“V是5”，对于知道罗马数字的人和不知道的人，它所传达的信息就不同（这里传达的信息就是后者，语用学意义上的信息）；而V是5表达的命题是*5是5*，这是语义编码的信息。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- “This is unlike the examples that give rise to Frege’s Puzzle (e.g. ’Hesperus is Phosphorus’), in which we are to suppose that the audience has complete mastery of both terms and finds the utterance or inscription informative nevertheless.”

  ----Nathan Salmon, *Frege’s Puzzle*, p60

- 联系到他的解决办法：个体（对象、命题等）经过不同的方式被主体认识（相信、知道等等），这就显得有些奇怪，难道“不同的方式”和“语用意义意义上传达不同的信息”有区别？

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 直接指称理论
  - 语义值只有指称，个体名词的语义值就是它指称的某个个体，而n元关系词、n元函数词相应地以n元性质、n元函数为语义值。
  - 句子指称一个单称命题（singular proposition），由句子中出现的各个名字所指称的那些个体、各个谓词所指称的那些性质，加上句子所处的语境、时间、地点等等要素按某种方式组成。
  - Salmon反对的是另一种主张，那种主张认为句子指称的是一般命题（general proposition），这是一种内涵实体，由个体的概念化表征和概念、性质，以及句子所处的语境、时间、地点等等要素组合而成。
- 因此，句子Hesperus is Hesperus与Hesperus is Phosphorus都指称同一个命题*Hesperus is Hesperus*。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 3，Socrates believes that Hesperus is Hesperus.
- 4，Socrates believes that Hesperus is Phosphorus.

  都表示*苏格拉底*这个人、

  *相信*这个谓词、

  *Hesperus is Hesperus*这个单称命题之间的关系。
- 由于名字Hesperus和Phosphorus的语义值都是*Hesperus* (*Phosphorus*)这个行星，因此命题*that Hesperus is Hesperus*就是命题*that Hesperus is Phosphorus*，由*Hesperus*这个行星和二元关系*is*组合而成。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- Salmon把Believe分析为一个三元的谓词，作用于信念主体、命题和某个不明参数x：

  句子A believes p可以被分析为$(\exists x)[A$ grasps p by means of x & $BEL(A, p, x)]$

  A把握到p只要求以某种方式即可，不一定要求A遍历所有能把握p的方式；

  A不相信p，则可被分析为$(\exists x)[A$ grasps p by means of x & $\sim BEL(A, p, x)]$

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 因此3表示的是

  5，$(\exists x)[Socrates$ grasps $that\ Hesperus\ is\ Hesperus$ by means of x & $BEL(Socrates,\ that\ Hesperus\ is\ Hesperus,\ x)]$

- 等价于

  6，$(\exists x)[Socrates$ grasps $that\ Hesperus\ is\ Phosphorus$ by means of x & $BEL(Socrates,\ that\ Hesperus\ is\ Phosphorus,\ x)]$

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 对x的进一步分析
  - 如果实际上苏格拉底把名字Hesperus对应于某个天体，把Phosphorus对应于另一个天体，如果苏格拉底认为有两个不同的行星，那么直观上就有句子3真而4假。这样就会有7是真的：

    7，Socrates does not believe that Hesperus is Phosphorus.

  - 这被分析为

    8，$(\exists x)[\mathit{Socrates}$ grasps $\mathit{that\ Hesperus\ is\ Hesperus}$ by means of x & $\sim \mathit{BEL}(\mathit{Socrates},\ \mathit{that\ Hesperus\ is\ Hesperus},\ x)]$

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 假设6中的means是m_1，8中的means是m_2，于是有

  9，$BEL(Socrates,\ that\ Hesperus\ is\ Hesperus,\ m_1)\ \&$
  $\sim BEL(Socrates,\ that\ Hesperus\ is\ Hesperus,\ m_2)$

- 我们可以很合理地设想这样的情况：当有人问苏格拉底是否相信Hesperus is Hesperus，他会回答是；当有人问苏格拉底是否相信Hesperus is Phosphorus，他会回答不。
- m_1和m_2之所以不同，是因为在把握命题时所使用到的语句不同。Salmon据此建议用一个以语句S为主目的函数来表示这些把握方式，这个函数与把握命题时的时间t、认知主体a有关，Salmon把它记作$f_t(a,\ S)$。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- BEL在Salmon那里表示为$BEL(a, p, f_t(a, S))$。
- 简单地归纳，Salmon对于弗雷格谜题的解决办法最后归结于语形，由于Hesperus与Phosphorus的语形不同，而不同主体原有的知识储备不一样，因此语形上的不同带来了认知信息的不同。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 由此带来的后果：
  - 1，相信关系实际上是主体和一个句子的关系。
    - 由于S的指称便是命题p，因此使得命题p在此处的角色是多余的。假定ρ是从句子到其指称的命题的函数，那么p可以由$\rho(S)$来代替。于是$BEL(a, p, f_t(a, S))$可以被表示为$BEL(a, \rho(S), f_t(a, S))$，这里出现的自变量实际上只有主体$a$、句子$S$以及主体把握句子时的时间$t$，于是我们可以用一个新的三元关系$BEL^*(a, S, t) := BEL(a, \rho(S), f_t(a, S))$。
    - 但是相信关系，在Salmon看来是主体和单称命题的关系，而不是和句子的关系。
  - 2，什么样的区别会引起认知信息的差异，什么样的区别不会？
  - 3，存在量词管辖到“把握方式”，意味着在论域中引入了个体之外的东西，它也不是性质或者函数。
    - 反驳，既然把握方式可以放在论域中，为什么涵义或其他的概念表征不能放进去？

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- Kit Fine在2007年出版的《Semantic Relationism》中给了另一种语义——这种语义的一个重要特点是，语义值相同的表达式依其出现的位置不同可能具有不同的语义特征，所以需要事先规定好它们之间的关系。

Kit Fine(1946-)，研究领域主要包括哲学逻辑、形而上学、语言哲学，也研究古代哲学尤其是亚里士多德对逻辑和模态的理论，现任纽约大学的哲学与数学Silver Professor

http://as.nyu.edu/object/kitfine.html

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 表达对象的两种方式
  - 表达相同的对象（representing being the same）
    - 语义值（指称值）相同
  - 相同地表达对象（representing as the same）
    - 用法相同

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- representing as the same的测试方法
  - But a good test of when an object is represented as the same is in terms of whether one might sensibly raise the question of whether it *is* the same. An object is represented as the same in a piece of discourse only if no one who understands the discourse can sensibly raise the question of whether it is the same. Suppose that you say “Cicero is an orator” and later say “Cicero was honest,” intending to make the very same use of the name “Cicero.” Then anyone who raises the question of whether the reference was the same would thereby betray his lack of understanding of what you meant.

---Kit Fine, *Semantic Relationism*, p40

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 协调（coordination）：表达式的语义值相同
- 协调模式（coordination scheme）：假设给定一些单称命题的一个序列P=p_0、…、p_n，这些命题有着各个个体的不同出现（occurrence），对这些出现规定一个被称为协调模式（coordination scheme）的等价关系$\mathfrak{C}$，如果个体的这些出现被$\mathfrak{C}$所关联，那么它们就是同一个个体的出现。
- 这些命题的一个协调序(coordinated sequence of propositions)：（P, $\mathfrak{C}$）。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 例
  - 假设p是$Hesperus\ is\ Hesperus$这个命题，h_1、h_2是$Hesperus$在p中的两次出现。于是对p就有两种协调模式：其一$\mathfrak{C}_1$，把h_1和h_2关联起来；其二$\mathfrak{C}_2$，不把h_1和h_2关联。这两个模式相应地给出了两个协调序，$p^+=(p, \mathfrak{C}_1)$，$p^-=(p, \mathfrak{C}_2)$。h_1和h_2在p^+中正协调，在p^-中负协调。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- Kit Fine对弗雷格谜题的解决方案
  - 名字的序列被指派为带有这些协调模式的个体的序列，
    - 例如Hesperus、Hesperus被指派为正协调的个体序 *Hesperus*、*Hesperus*（这个模式把这两次出现都关联起来），
    - Hesperus、Phosphorus则被指派为负协调的个体序 *Hesperus*、*Hesperus*（这个模式不关联这两次出现）。
  - 不同的协调模式反映了不同的认知信息。于是Hesperus is Hesperus的语义值是p^+，即$(p, \mathfrak{C}_1)$，Hesperus is Phosphorus的语义值是p^-，即$(p, \mathfrak{C}_2)$。
  - 它们虽然都是关于单称命题p的，但是因为协调模式不同，所以认知信息不同。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 采用协调模式来表达认知信息的思想是区分表达式的不同次出现，认为这些出现必须在某些规定条件（协调模式）下才能确定完整的意义。
- 协调模式的作用与Salmon的把握方式相似，但是协调模式的种类是依个体出现的次数而确定的，把握方式则有着任意的可能。Fine的方案简单，而Salmon的方案则更合直观。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 协调模式并没有解决认知信息差异的问题。
  - 依然举个体的两次出现为例。
  - 假如不同的名字形成的有序对可以被指派为相同的协调序，
    - 例如说都是正协调的个体序，即在Hesperus is Hesperus与Hesperus is Phosphorus的例子中，名字的序对Hesperus、Hesperus和Hesperus、Phosphorus都被指派为正协调的个体序*Hesperus*、*Hesperus*；
    - 于是这两个句子的语义值都是p^+，即(p, C_1)。
    - 仍然会有语义值相同而认知信息不同的现象。
  - 假如不同的名字形成的有序对不能被指派为相同的协调序，此时原来的表达式在语形上的差别就足够表现这种区分，并不需要再设置一个协调模式。而诉诸语形的理论是不可取的。

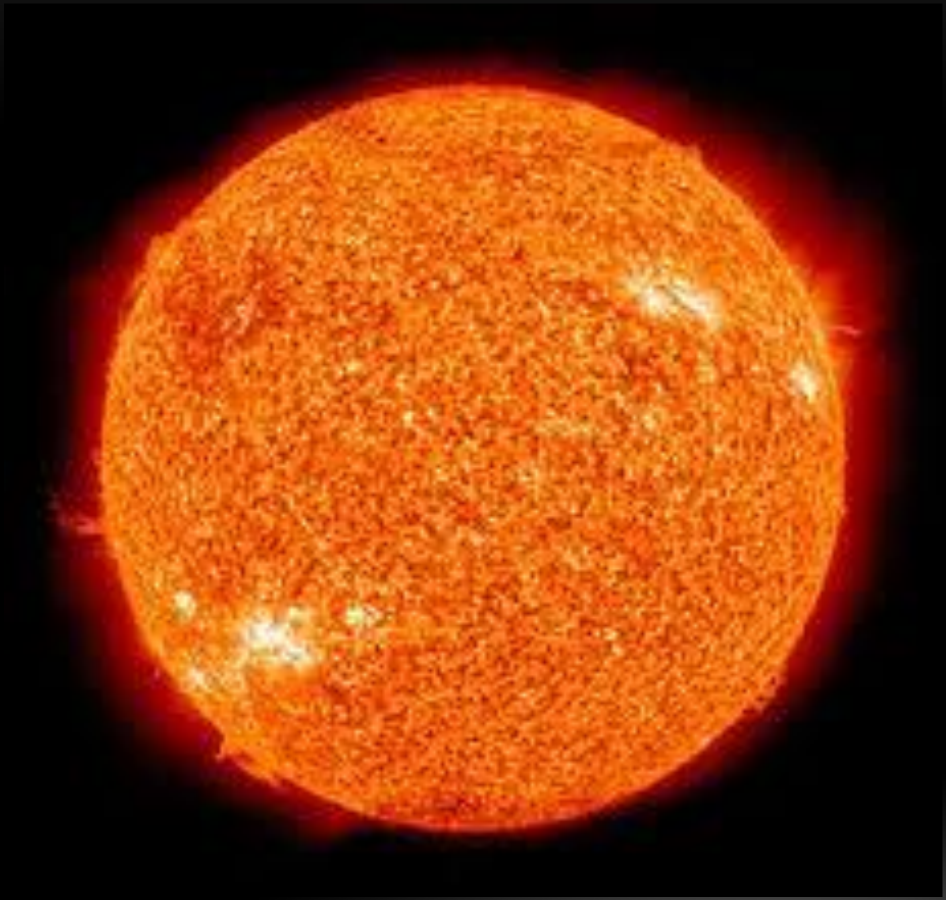
两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 弗雷格谜题是否无解：
  - 假如语言中有一对（语形上）不同的词项a和b，它们共有相同的指称；
  - 而且信息值通过指称值来表示；
  - 任意两个表达式，它们的差别如果仅仅在于某个表达式出现a的某个位置在另一个表达式那里出现了b，其它部分相同，那么这两个表达式的信息值就相同。
  - 但是表达式$a=b$是有信息内容的（informative），与之相反表达式$a=a$却不是。

两种个体语义及对弗雷格谜题的解决

- 一般化的弗雷格谜题：
  - 假如语言中有一对（语形上）不同的词项a和b，它们共有相同的语义值（为更精确，也许可以直接说共有相同的信息值）；
  - 而且信息值通过语义值（信息值）来表示；
  - 任意两个表达式，它们的差别如果仅仅在于某个表达式出现a的某个位置在另一个表达式那里出现了b，其它部分相同，那么这两个表达式的信息值就相同。
  - 但是表达式$a=b$是有信息内容的（informative），与之相反表达式$a=a$却不是。
- 一般化之后的弗雷格谜题在任何语义下都是无解的。
- 任何不同的词项，它们的信息值都不同。

一种性质语义



一种性质语义

- 关于性质域的一些哲学考虑：
  - （1） 每个个体实际上都是一些（一元的）性质的聚合体（也许可以用集合，或部分学mereology的聚合来表示），于是“一个个体具有某个性质”实际上指的是该性质是这个聚合体的某个组成部分。
  - （2）人们作推理是依据概念而作，而不是根据通常所称的个体而作，因此即使找不到某些概念的对应个体，人们依然可以对这些概念作推理。在这个语义中用性质来在某种意义上表示概念，因此只要有性质，就可以权且认为这些性质形成了聚合体，人们根据这些聚合体而作推理。

一种性质语义

- （3）如果凡是具有某一个性质的聚合体都具有另一个性质，则称前面这个性质蕴涵后面那个性质。显然如果一个性质由若干个性质合成，那么具有前面这个性质的聚合体就应该具有后面那些性质，被合成的新性质蕴涵原来的性质。
- （4）给定两个性质，那么这两个性质（无序地）合在一起形成的新性质，表示兼有这两个性质，这被称作性质的合成。如果两个性质分别是某个聚合体的组成部分，合成的新性质也应该是它的组成部分。

一种性质语义

- （5）给定两个性质，它们可以通过另一种方式（无序地）合在一起形成新性质，表示具有两个性质中的某一个。如果其中某一个性质是某个聚合体的组成部分，那么合成的新性质也应该是它的组成部分。
- （6）语言中有些表示性质的词，实际上是把一个性质转化为另一个性质。这种现象也就是（一元的）函数作用于某个性质，取值为另一个性质,其转化得到的新性质与原来的性质可能有关也可能无关。
- （7）得到新性质可能还有另一种方式，即取其相反的性质。两个性质是否相反应当依据实际情况来判断。

一种性质语义

- 对于（1），假设聚合体a具有若干个性质p_0、…、p_n，也许可以暂且把a看作是$\{p_0$、…、$p_n\}$，用集合的属于关系来表示“具有”，于是a具有某个性质p_i就是$p_i \in a$。
- 对于（2），任意给定性质p，相应于p有一个聚合体$\{p\}$。
- 对于（3），记“蕴涵”关系为$\succ$，这种关系是自反传递的。另外，如果性质$p_j \succ p_k$，那么聚合体就应该对$\succ$关系也封闭。

一种性质语义

- 对于（4），记这种合成运算为$\cdot$，如果性质p_j、p_k同属某个聚合体a，它们合在一起为$p_j \cdot p_k$，这个性质应该也属于a，于是聚合体就应该被表示为一个对$\cdot$（无论它是什么）运算封闭的集合。
- 对于（5），记这种合成运算为$\circ$，如果p_j属于某个聚合体a，对任意的性质p_k，$p_j \circ p_k$这个性质也应该属于a，即聚合体就应该被表示为一个对$\circ$运算封闭的集合。

一种性质语义

- 对于（6），假如用f表示某个这样的函数，p_j是某个被其作用的性质，如果p_j属于某个聚合体a，那么得到的新性质fp_j与a的关系可能是属于也可能是不属于；而且如果a中包含的某个性质p_j是某个函数g作用在另一个性质 p_k而得的，那么p_k和a也没有必然属于或不属于关系。
- 对于（7），记这种运算为~写在原性质上，得到的结果是相应的“反性质”。例如给定性质p，经这种运算后得到的反性质记作是$\tilde{p}$。与（6）相同，反性质与原性质所属的聚合体也没有必然关系。

一种性质语义

- 给定一些简单的一元性质，“简单的”意味着（1）它并非经由某些不同的性质被·或∘合成而得到，（2）任意两个简单的性质并不具有≻关系。所有的这些简单性质可以形成一个集合（或类）P，以P的某个子集（类）I为基础，经由·或∘运算可以对I进行扩充，记由此得到的闭包为I*。通常意义上所说的一个个体，就可以看作这样的一个I*。例如苏格拉底也许就被解释为某个“苏*”。

一种性质语义

- 一元谓词会被看作是关于一元性质的什么东西？
  - 直接看作对应的那个性质？
    - 一个个体具有某个性质，统一被表示为属于关系。
    - 可是性质之间也有关系，自然语言中的很多句子表面上并不涉及到个体词，只是被形式化处理时才被分析为涉及到个体词的公式。
  - 看作对应性质所形成的单点集？
    - 我希望仍然保持统一的处理关系，个体具有某个性质被怎么样处理，这里也相应地被怎么样处理，那么也许不处理为元素与集合之间的属于关系而处理为子集的包含关系更合适。
    - 问题是，单点集无法表达性质间的关系。
      - 例如{人}和{会死的}字面上看不出有什么联系。

一种性质语义

- 在单点集的基础上，解释为关于$\succ$关系的闭包
  - 如果把{人}扩充为这样一个集合（类）$\{p|$人$\succ p\}$，{会死的}扩充为$\{ p|$会死的$\succ p \}$，那就很自然地可以把“人是会死的”解释为$\{ p|$会死的$\succ p \}\subseteq\{p|$人$\succ p\}$。不妨记由性质p生成的这样的集合为$p^{\wedge}$，即性质人生成的集合为人$^{\wedge}$。
- 三段论的例子：
  - 苏格拉底是人　　　$\{ p|$人$\succ p\}\subseteq$ 苏*
  - 人是会死的。　　　$\{ p|$会死的$\succ p \}\subseteq\{p|$人$\succ p\}$
  - 苏格拉底会死。　　$\{ p|$会死的$\succ p \}\subseteq$苏*

一种性质语义

- 加入主体这个因素
  - 以上并没有考虑到不同的人形成概念时的区别
    - 颜回和宰予大脑中形成的孔子这个概念：也许颜回会认为孔子是和蔼的，而宰予则认为孔子是严厉的。
    - 基于同一个东西，不同的人作出了不同的反应。
      - 如果把人当作电脑中的处理器，把他面对的那个东西当作输入，把反应当做输出，这个例子表示的就是：输入相同时，输出不同。解释1：因为处理器不同，所以输出不同；解释2：处理器相同，但是输入不同。解释2也合理。
      - 面对的那个东西实际上是什么样子，我们永远不可能有一个确切的答案，只能根据大脑所得到的信息来认识事物来做推理。
    - 抛开那个不可知的东西，只谈论大脑所接收到的信息，直观地认为这些信息依不同的人而不同。
      - 例如近视者和正常视力者大脑中接收到的关于世界的信息就不一样。

一种性质语义

- 把主体性给表现出来：
  - 是对每个主体设立一个函数，该函数作用于每个项本应表示的聚合体，映射结果是该主体用那个项所表示的性质聚合体。
  - 这个函数的效果可以这样来看：对于张三有一个函数，它把鲁迅映射到张三所设想的那个鲁迅上去；于是张三在说“鲁迅”的时候，他想的并不是现实中的那个鲁迅，而是他头脑中的那个鲁迅。

一种性质语义

- 对一阶语言所作的限制和变动：
  - 关系符只包含一元关系符。
  - 增加一类符号，“[*]”，作用在公式上形成新的公式。
    - 如果个体常项集为空，那么这类符号的集合也就是空集；
    - 如果个体常项集非空，那么*就是个体常项集中的符号：即相应于个体常项集的某个子集C，任意$c \in$C，都有一个$[c]$与之对应。
    - 对于公式α，$[c]\alpha$表示的是主体c相信（主张、认为、赞成等等）符号α所表示的那个命题。
  - 任给一元关系符Q、R，$Q(R)$也是公式，表示“R是Q”。

一种性质语义

- 性质语义
  - 简单性质的域：先有一个简单性质的集合P：$\{p|p$是简单的性质$\}$；
  - 所有性质的域：P*：P在$\cdot$和$\circ$运算下生成的闭包；
  - 个体域：个体被看作是简单性质按某种方式形成的聚合体，于是个体域A：$\{\ a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$且$a^*$是由$a$生成的对$\cdot$和$\circ$运算封闭的集合$\}$；
  - 一元谓词：一元谓词对应于一个性质在$\succ$关系下的闭包。
  - n元函数词：以个体为主目的函数，这时候就应该被看作是以聚合体为主目的函数。

一种性质语义

- 试给语义如下：
- 结构$\mathfrak{A}$：(P, A, Y, I, a)如果满足以下要求，则称为一个结构$\mathfrak{A}$：
- （1） P是一个非空集；
- （2） $A\subseteq\{a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$且$a^*$是由$a$生成的对$\cdot$和$\circ$运算封闭的集合$\}$；
- （3）记P^*是P在$\cdot$和$\circ$运算下生成的闭包，$Y\subseteq\{y\hat{}\,|y\in P^*$且$y\hat{}=\{p|\ p\in P^*$且$y\succ p\}\}$；

一种性质语义

- （4） I是这样一些函数的集合：$\{i_c|$

  c是个体常项符|

  i_c是一元函数，任给$a\in A$，$i_c(a)\in A$（也许可以认为不仅仅是A，而是(2)中提到的$\{a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$且$a^*$是由$a$生成的对·和∘运算封闭的集合$\}$）；

  任给$z\in Y$，$i_c(z)\in Y$；

  任给A上的n元函数g以及A中的n个元素a_0、…、$a_{n\text{-}1}$，$i_c(g)$仍然是A上的n元函数，且满足$i_c(g(a_0$、…、$a_{n\text{-}1}))= i_c(g)(i_c(a_0)$、…、$i_c(a_{n\text{-}1}))\}$；

- （5） a是这样的函数，任给个体常项符号c，$\mathrm{a}(c)\in A$；

  任给一元关系符Q，$\mathrm{a}(Q)\in Y$；

  任给n元关系符F，$\mathrm{a}(F)$是定义域为A^n、值域为A的n元函数；

  任给$[c]$，$\mathrm{a}([c])= i_c$。

- 为简便把a (c)、a (Q)、a (F)、$\mathrm{a}([c])$简写为c^{A}、R^{A}、f^{A}、$[c]^{\mathrm{A}}$。

一种性质语义

- （4） I是这样一些函数的集合：$\{i_c|$
  - c是个体常项符$|$
  - i_c是一元函数，任给$a\in A$，$i_c(a)\in A$（也许可以认为不仅仅是A，而是(2)中提到的$\{a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$且$a^*$是由$a$生成的对$\cdot$和$\circ$运算封闭的集合$\}$）；
  - 任给$z\in Y$，$i_c(z)\in Y$；
  - 任给A上的n元函数g以及A中的n个元素a_0、…、$a_{n\text{-}1}$，$i_c(g)$仍然是A上的n元函数，且满足$i_c(g(a_0$、…、$a_{n\text{-}1}))=i_c(g)(i_c(a_0)$、…、$i_c(a_{n\text{-}1}))\}$；

一种性质语义

- （5） $\mathfrak{a}$是这样的函数，任给个体常项符号c，$\mathfrak{a}(c)\in A$
  - 任给一元关系符Q，$\mathfrak{a}(Q)\in Y$；
  - 任给n元关系符F，$\mathfrak{a}(F)$是定义域为A^n、值域为A的n元函数；
  - 任给$[c]$，$\mathfrak{a}([c])= i_c$。
- 为简便把$\mathfrak{a}$ (c)、$\mathfrak{a}$ (Q)、$\mathfrak{a}$ (F)、$\mathfrak{a}([c])$简写为$c^{\mathfrak{A}}$、$R^{\mathfrak{A}}$、$F^{\mathfrak{A}}$、$[c]^{\mathfrak{A}}$。

一种性质语义

- 变元的指派assignment：如果β是一个从变元符号到A的映射，对任意的变元x都满足$\beta(x) \in A$，则称β是一个指派。
- 解释：一个解释$\mathfrak{I}$是一个二元组$(\mathfrak{A}, \beta)$，其中$\mathfrak{A}$是一个结构，β是一个指派。
- 指派和解释的变体：

  如果β是$\mathfrak{A}$中的一个指派，$a \in A$，x是n个变元，则用$\beta\frac{a}{x}$表示这样一个指派：$\beta\frac{a}{x}$把x映射为a，而对其他的变元则与β同样处理，即

$$\beta\frac{a}{x}(y) = \begin{cases} \beta(y), & \text{如}\, y \neq x \\ a, & \text{如}\, y = x。\end{cases}$$

- 用$\mathfrak{I}\frac{a}{x}$表示$(\mathfrak{A}, \beta\frac{a}{y})$。

一种性质语义

- 给定一个解释I后，对于每个项t，都指定A中的一个元素$\mathfrak{I}(t)$（对项的解释）：
  - 对于变项x，$\mathfrak{I}(x):=\beta(x)$；
  - 对于个体常项c，$\mathfrak{I}(c):= c^{\mathfrak{A}}$；
  - 对于n元函数符F和n个项t_0、…、$t_{n\text{-}1}$，$\mathfrak{I}(Ft_0\ldots t_{n\text{-}1}):= F^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_0)\ldots\mathfrak{I}(t_{n\text{-}1}))$。

一种性质语义

- 可满足关系：称一个解释$\mathfrak{I}$是某公式φ的模型，如果I满足φ，记为$\mathfrak{I}\vDash\varphi$，这里的满足关系$\vDash$如下定义：
- $\mathfrak{I}\vDash t_0=t_1$ iff $\mathfrak{I}(t_0)=\mathfrak{I}(t_1)$
- $\mathfrak{I}\vDash [c](t_0=t_1)$ iff $[c]^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_0))=[c]^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_1))$
- $\mathfrak{I}\vDash Q(t_0)$ iff $Q^{\mathfrak{A}}\subseteq\mathfrak{I}(t_0)$
- $\mathfrak{I}\vDash [c](Q(t_0))$ iff $[c]^{\mathfrak{A}}(Q\mathfrak{A})\subseteq[c]^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_0))$
- $\mathfrak{I}\vDash Q(R)$ iff $Q^{\mathfrak{A}}\subseteq R^{\mathfrak{A}}$
- $\mathfrak{I}\vDash [c](Q(R))$ iff $[c]^{\mathfrak{A}}(Q^{\mathfrak{A}})\subseteq[c]^{\mathfrak{A}}(R^{\mathfrak{A}})$

一种性质语义

- $\mathfrak{I} \vDash \neg\varphi$ iff 并非$\mathfrak{I} \vDash \varphi$
- $\mathfrak{I} \vDash [c](\neg\varphi)$ iff $\mathfrak{I} \vDash \neg[c](\varphi)$
- $\mathfrak{I} \vDash \varphi\wedge\psi$ iff $\mathfrak{I} \vDash \varphi$且$\mathfrak{I} \vDash \psi$
- $\mathfrak{I} \vDash [c](\varphi\wedge\psi)$ iff $\mathfrak{I} \vDash [c](\varphi)\wedge [c](\psi)$

一种性质语义

- $\mathfrak{I}\vDash \varphi\vee\psi$ iff $\mathfrak{I}\vDash \varphi$或$\mathfrak{I}\vDash \psi$
- $\mathfrak{I}\vDash [c](\varphi\vee\psi)$ iff $\mathfrak{I}\vDash [c](\varphi)\vee[c](\psi)$，由于$\vee$可以被$\neg$和$\wedge$所定义，于是也相当于
  - iff $\mathfrak{I}\vDash [c](\neg(\neg\varphi\wedge\neg\psi))$iff $\mathfrak{I}\vDash \neg([c]\ (\neg\varphi\wedge\neg\psi))$ iff $\mathfrak{I}\vDash\neg([c](\neg\varphi)\wedge\ [c](\neg\psi))$ iff $\mathfrak{I}\vDash \neg(\neg\ [c](\varphi)\wedge\ \neg[c](\psi))$
- 蕴涵式的可满足定义同常；
- $\mathfrak{I}\vDash \exists x(\varphi)$ iff 存在$a\in A$，$\mathfrak{I}\frac{a}{x}\vDash \varphi$
- $\mathfrak{I}\vDash [c](\exists x(\varphi))$ iff 存在$a, b\in A$，$a= i_c(b)$，且$\mathfrak{I}\frac{a}{x}\vDash \varphi$ 这个要求是为了表示a的确是被c所认识到。

一种性质语义

- 例1：假设有一个解释$\mathfrak{I}$，满足：
- 给定P={两足，无羽毛，动物，会死，发光，发热，老师，学生}，（把通名也处理为性质词，并且这里为简便，把某些通名看作是简单性质词）
- 于是P^*={两足，无羽毛，动物，两足·无羽毛，两足·动物，无羽毛·动物，两足·无羽毛·动物，两足·无羽毛·动物·会死，……}
- 而又有这样一个关于通名的定义：人:=两足·无羽毛·动物

一种性质语义

- 并且动物和会死具有这样的关系：动物$\succ$会死，由$\cdot$运算的定义，立刻可得$\succ$=$\{$<人，两足$\cdot$无羽毛>，<人，两足$\cdot$动物>，<人，动物$\cdot$无羽毛>，<人，两足>，<人，无羽毛>，<人，动物>，<人，会死>，<动物，会死>，……$\}$
- 为简化处理，苏格拉底这个个体被理解为由简单性质集$S\{$两足，无羽毛，动物，会死，是老师$\}$生成的对$\cdot$和$\circ$封闭的聚合体S*，柏拉图这个个体被理解为由简单性质集$B\{$两足，无羽毛，动物，会死，是学生$\}$所生成的的聚合体B*。
- Y=$\{\{p\in P^*|$人$\succ p\}$，$\{p\in P^*|$会死$\succ p\}$，$\{p\in P^*|$教师$\succ p\}$，$\{p\in P^*|$学生$\succ p\}$，$\{p\in P^*|$动物$\succ p\}$，$\{p\in P^*|$两足$\succ p\}$，$\{p\in P^*|$无羽毛$\succ p\}\}$

一种性质语义

- 我们要处理的语言包括个体常项集{Socrates，Plato}，一元关系集{human，mortal，teacher，student，animal，biped，featherless}，以及{[Socrates]，[Plato]}
- 我们给一个指派$\mathfrak{a}$，令$\mathfrak{a}$(Socrates)= $S*$，$\mathfrak{a}$(Plato)= $B*$；
- $\mathfrak{a}$(human)=人^={$p\in P*$|人$\succ p$}，$\mathfrak{a}$(mortal)=会死^={$p\in P*$|会死$\succ p$}，其他的类似
- $\mathfrak{a}$([Socrates])=i_{Socrates}=恒等函数，把任意东西都映回这个东西自身；$\mathfrak{a}$([Plato])=i_{Plato}=常数函数，把所有个体映为$B*$，把Y中所有的东西映为{$p\in P*$|无羽毛$\succ p$}。

一种性质语义

- 这个语言可以表达的一些句子及在I下的可满足关系：
- φ_1: Socrates is Socrates. $\mathfrak{I} \vDash \varphi_1$ iff $\mathfrak{a}$(Socrates)= $\mathfrak{a}$(Socrates)
- φ_2: Socrates is a human. $\mathfrak{I} \vDash \varphi_2$ iff $\mathfrak{a}$(human)$\subseteq$ $\mathfrak{a}$(Socrates)
- φ_3: Human are mortal. $\mathfrak{I} \vDash \varphi_3$ iff $\mathfrak{a}$(mortal)$\subseteq$ $\mathfrak{a}$(human)
- φ_4: Socrates is mortal. $\mathfrak{I} \vDash \varphi_4$ iff $\mathfrak{a}$(mortal)$\subseteq$ $\mathfrak{a}$(Socrates)
- φ_5: Socrates is Plato. $\mathfrak{I} \vDash \varphi_5$ iff $\mathfrak{a}$(Socrates)= $\mathfrak{a}$(Plato)
- φ_6: [Socrates](Socrates is Plato). $\mathfrak{I} \vDash \varphi_6$ iff
- [Socrates]$^{\mathfrak{A}}$(a(Socrates))= [Socrates]$^{\mathfrak{A}}$(a(Plato))
- φ_7: [Plato](Socrates is Plato). $\mathfrak{I} \vDash \varphi_7$ iff
- [Plato]$^{\mathfrak{A}}$(a(Socrates))= [Plato]$^{\mathfrak{A}}$(a(Plato))

一种性质语义

- 例2：弗雷格谜题。
- 我承认一般化的弗雷格谜题是无解的。
- 在这种以性质为基础的语义下，“共指称（语义值）项”和“项的信息值不同”被这样理解：给定一个解释I，如果有两个项t_1和t_2满足I$\vDash$ $t_1 = t_2$，则称这两个项在这个解释下共指称（或语义值相同），但是如果同时存在个体常项c，使得I$\vDash$ $\neg[c](t_1 = t_2)$，则称这两个项信息值不同。

一种性质语义

- Hesperus is Hesperus与Hesperus is Phosphorus包含的信息内容之所以不同，在这种语义的解释下就是因为存在某个认知主体，他认为这两个名字指的是不同的对象。
- 为什么Hesperus is Hesperus不传递新知识，而Hesperus is Phosphorus却传递新知识？因为人在理解语言时，如果不作特别说明，他会把语形相同的词看作具有同样的意思（语义值），而把语形不同的词看作是具有不同的意思。语形不同的词表达同样的意思（语义值），这才是Hesperus is Phosphorus传递新知识的原因。

一种性质语义

- 每当我们提及、回忆、设想某个个体时，我们所处理的其实是相关的性质而不是那个对象。这种语义看起来似乎是直接把专名等同于限定摹状词，认为专名是隐藏着的摹状词。但是与摹状词理论不同的是，在这种性质语义中，不同的人可能会把一个专名关联到不同的性质上面去，这种关联是任意的；而如果认为专名是隐藏着的摹状词，则仍然会有一些关于这个专名的限制，使得专名和性质的关联并不是任意的。

一种性质语义

- 人作推理是以他大脑中形成的相关概念为根据的，他并不会去检查实际的个体：
  - 例如从“人是动物，动物是会死的”作出推理得到“人会死”时，并不会有人真的去检查所有落在“人”这个概念下的对象，看看他们是不是真的落在“会死”这个概念下。

一种性质语义

- i_c这类函数是为了表达人的概念；每个i_c作用于相应的个体（性质），得到的结果是该个体（性质）在c那个人大脑中所关联的概念，一切推理都基于这些概念所开展。
    - 首部不加[c]算子的公式，表示绝对的、上帝式的主体眼中的世界。
    - 如果某个i_c几乎是恒等函数，那么可以理解为c这个人很客观、知识全面、看待事物最接近于它们的本来面目。

一种性质语义

- 目前我所给出的语义还有这些方面没有考虑：
- 如何处理n元性质词？
- 如何处理[]算子的迭代？
- 如何处理模态算子？这一点涉及到对可能性的理解。就我目前的想法：
  - 可能性是相对于人的设想能力而言的，不同的人的想象力不同，于是对于不同的人而言所谓的可能性也就不同；
  - 而在某人眼中“某物是可能的、是一个可能个体”，实际上就是他能够设想把一些性质聚合在一起；“可能a是p”也就是他能够设想a这个聚合体，而同时p是a的一个部分。

结语

- 在这篇文章中我谈到了两种语义：论域基于个体的以及论域基于性质的，并谈到这些语义对弗雷格谜题的解决方法。我的主张有两点，1）论域基于性质的语义更符合直观，2）弗雷格谜题是无解的。

- 参考文献

  - Nathan Salmon: *Frege's Puzzle*, MIT Press, 1986
  - Kit Fine: *Semantic Relationism*, Blackwell Publishing, 2007

THE END！

谢谢大家！