点类型与量化类型

北京大学 2010 级博士研究生 陈星群

yangwenli@ymail.com

报告日期：2013 年 9 月 10 日

本次报告基于我在图卢兹三大 IRIT 跟随 NA 学习词汇语义学与类型论的八个月。这里将主要介绍 NA 的类型组合逻辑(Type Composition Logic, TLC)中与常见类型论不同的两点：点类型与量化类型。我个人的工作是在量化类型方面，证明了 NA 的规则会产生矛盾，以及他的类型在子类关系下将形成一个严格分叉的结构（详情可参见草稿 draft0609）。

我将介绍 NA 引入新类型的动机，对原来问题的解决，以及由此产生的后果。

在对语言进行处理的时候，有一种观点认为，一个句子若具有意义，前提是其成分的类型匹配。对此大家实际上都很熟悉——在一阶逻辑中，如果谓词的主目不是个体项而是谓词，这样的表达式就不合式，根本无法构造出来。这种观点最早可追溯的史料或许是罗素对自指悖论的处理，罗素为了避免出现自指悖论而缔造了类型论。其中每个符号都被指定了一个类型，在类型上满足某种关系的符号连接在一起才是该系统所允许的表达式。对此我简单地称之为“句子有意义的前提是其成分的类型匹配”。

在自然语言中，类型可以分为两种：语法类型和语义类型。两者都是对语言中用到的符号的分类，其区分在于是否需要对语言之外的知识有所了解。为了知道哪些符号是名词那些是动词，并不需要对这个世界（模型）有所了解，直接规定即可；但是为了知道哪些符号的类型是动物、植物，就需要了解了世界才做得到（需要有了指派函数、赋值函数）。以下所谈到的类型，指的都是语义类型。

N.A 在 2011 年所建立的 TCL。在这本书中，他主要处理的是类型不匹配但仍有意义的句子。所谓的类型不匹配（狭义的、在语言系统中），指的是句子中，谓词对其主目有所要求（类型上的要求），而实际上该主目不符合这个要求。不匹配有可能是出现在单谓词的句子中，也可以是出现在几个谓词共同协作的句子中。

例如：

1a 这海绵是软的。（物理实体）

1b#数字 2 是软的。

2 托尔斯泰写的三本书很沉。（物理实体 vs 信息实体）

3 中餐好吃，但太费时间。（食物 vs 事件）

4a 西瓜要红的才好吃。（肉 vs 肉）

4b 苹果要红的才好吃。（皮 vs 肉）

……

这些类型不匹配的现象被认为是重要的，其原因在于以下方面：

在符号串的单次出现中，其自身被标记的类型，对其他符号串的类型要求都是固定不变的（类型上的恒常性）。恒常性要求是人类能用符号表达意思，并理解符号的基础之一（机器处理也是如此）。否则，我们会面临很多难以理解的句子：一个在西门等车的同学说“331 途经北大而且是个质数”。

符号串的单次出现都不能被标记为具有两种不相容（集合论意义上的交为空）的类型。（例如数字 2，可以同时被标为自然数、整数、有理数、抽象实体等等，但是不能既是物理实体又是抽象实体。）否则空类就不空了。

如果对句子的理解遵循上面两点，那么在类型不匹配的时候，尤其是共谓词的情况，这些句子就变得无法理解。实际上通常的编程语言都是这样处理的。每段程序的开头都会对所使用到的符号作定义，规定它们是浮点、整型或是其他类型的符号。如果类型不匹配，那么这个程序运行或者忽略那一段代码（认为它们是没有意义的），或者就无法运行。

但是人类使用语言时并不是一概忽略，因此语言处理中也不能把类型不匹配的情况一律处理为无意义。有些情况是可以，例如 1b（假如处理语言的程序也分诗人型、大众型，那也许诗人型的程序也会认为 1b 是有意义的）；但是往往类型不匹配的句子仍然具有意义，无论书面口语都还常常被使用，例如后面举到的 2、3、4 这些例子。

这些例子看似对意义与类型匹配之间的关系的挑战：句子有意义的前提并不是其成分间的类型匹配。NA 要解决的主要问题就是这种挑战。而他的思路很简单地可说是坚持“有意义的句子，其成分的类型都是匹配的”，认为这些不匹配源于处理的方式不恰当。这个挑战会导致的一个结果是组合原则的不成立——因为例如 3 此时句子的意思既关涉事件，也关涉食物，而无论把午饭看作事件或是食物，都不能同时满足，于是最终，句子的意思并非由其成分的意思所构成。鉴于在一次讨论课上，NA 大谈组合原则的重要性，因此我推测他的动机源于对组合原则的坚持。

当一个原则被攻击的时候，而该攻击又看似成立，其维护者可以做的事情至少包括这点：认为它所攻击的并不是这个原则，经过研究，发现隐藏的因素后，对此作恰当的变换，它恰好支持该原则。例如，在某个情形下，1+1=10 是正确的，这违背了常识 1+1=2，那么为了维护后者，我们会认为，前面的等式中，必有某符号的定义与后者的不一样，当我们把前者经

过某种转换后会发现它其实就是后者的正例。——在这里，隐藏的因素其实是二进制，二进制中的 1+1=10 恰好就是十进制中的 1+1=2。

维护组合原则的方式也是类似。例如晨星、昏星的相互替换失效，看似对组合原则的违背。但是弗雷格提出“涵义”，主张它们的涵义不同。把晨星换以昏星，是对不同样的东西作替换，很自然地替换后得到的新表达式意思就可以不一样。相互替换失效，恰恰增加了对组合原则的支持。这种失效揭示了“词语只有指称”的理解不全面，至少它们还具有涵义。

又如汉语看似是一个组合原则失效的例子。其表现之一是同意思的但音节数不同的词不能替换。例如“简历”，不能说成是“简单历”、“简要历”、“简短历”、“简历史”或是“简经历”。组合原则的支持者可以这样回应：音节参与到汉语词语意思的构造，也是意思的一部分；这些例子并不是对组合原则的反驳，而是揭示了之前对汉语的理解不全面，缺少了音节这部分；一个合适的反例应当是音节数和意思相同的词语间的替换。

——由此看来，似乎组合原则是一个永远无法驳倒的原则，每当看似反驳它的例子出现时，维护者可以宣称存在某些隐藏的要素，当把这些要素考虑进来之后，组合原则仍然是成立的。组合原则就成了一个不倒翁。维护者则可以称“我们信仰的主义，乃是宇宙的真理”。

NA 的做法是，认为参与到类型配合过程中的，并不是那些符号字面上所标记的类型，而是另有它物。这个东西具有多个类型（可以是不相容的），以另一种（不是交也不是并）的方式组成一个复合体（TCL 中的 C 就是这个意思）。在类型进行配合的时候，这个东西选出一个合适的类型来与谓词搭配。

为了方便理解，我们可以把句子意思的构成看作是拼图游戏，类型比作颜色，类型的匹配看作是颜色的相同。这里有三块碎片，一块红（对应于一个谓词），一块白（另一个谓词，颜色不同对应于要求的类型不同），它们三个是能拼合在一起的（尽管类型要求不同，但是共谓词的句子是有意义的）。显然另一块无论是红还是白都无法拼合在一起。如果是 NA，他就会说，慢，我们看错了，这三块碎片并不是平面上的，而是立体的，第三个碎片有一面是红色，另一面是白色，这样就恰好能拼合了。

NA 的实际处理要稍微复杂，还考虑到语境的影响。例如他把 3 形式化之后是：

$$\lambda\pi\exists_3 v:\mathrm{P}\,\exists x:\mathrm{P}\bullet\mathrm{I}\,\exists u:\mathrm{I}(\text{book*}(x,\pi)\wedge\text{o-elab}(u,x,\pi)\wedge\text{by}(t,u,\pi)\wedge\text{o-elab}(v,x,\pi)\wedge\text{heavy}(v,\pi))$$

π 是一个语境变元，$\exists_3$ 表示有三个，v,u,x 是变元，P 表示是物理实体类型，$\exists_3 v:\mathrm{P}$ 表示有三个物理实体的东西，$\mathrm{P}\bullet\mathrm{I}$ 则表示物理实体与信息实体的复合体类型，I 表示信息实体

类型，book*是可同时用于单复数的谓词“是书”，o-elab（object elaborate）是 NA 的专门术语，用来表示复合体与其成分类型之间的关系，by 指的是“写”，*t* 指的是托尔斯泰，heavy 表示的是“沉”。

这个表达式直接字面上的意思就是：存在三个物理实体，存在物理实体与信息实体形成的一个复合体，存在一个信息实体，它们之间满足：复合体是书，且复合体的成分类型包含信息实体，且信息实体是托尔斯泰写的，且那个复合体的成分类型包含物理实体，且那个物理实体沉。语境的作用是规定符号的类型，通常是一个集合，形如$\{v_i : a_i, \ldots\}$，前面是变元或其它符号，后面是类型，表示的是某符号是某类型。每处理一个句子，语境就更新一次，加入新的类型的符号，或者对原有的类型作更替。

这么处理后，类型上的配合就不会有问题了。这个过程中，谓词强迫主目具有新的类型，以顺利完成类型的配合。这种现象被称作 coercion。

NA 提出了一种新的复合类型，简称为点类型，用于解释前面提到的类型不匹配的句子仍有意义的现象。不妨把 • 看作是一个二元运算，这种运算具有以下几条性质：

幂等律：任给类型α，$\alpha \bullet \alpha = \alpha$

存在性：$\alpha \bullet \beta$存在，仅当存在γ使得$\alpha, \beta \sqsubseteq \gamma$；此时有$\alpha, \beta \sqsubseteq \gamma$当且仅当$\alpha \bullet \beta \sqsubseteq \gamma$。

交换律：$\alpha \bullet \beta = \beta \bullet \alpha$

结合律：$\alpha \bullet (\beta \bullet \gamma) = (\alpha \bullet \beta) \bullet \gamma$

零元：$\perp$是零元

吸收律：如$\alpha \sqsubseteq \beta$，则$\alpha \bullet \beta = \beta$

点类型的存在性保证了，只要语境允许，所有的个体可以是点类型的个体，有着可能不唯一的类型成分。它所拥有的成分数由分类方式、语境等共同决定。由于分类时通常会假设有个最高的类型 e，entity，那么几乎所有的类型都可以组合在一起形成点类型。这样只要语境允许，一个复杂的复合体可以拥有所有的类型作为其类型成分。当然实际的语言中并不会出现这种极端情况。而从这一点我们可以得到推论，NA 的哲学中，个体的本性与语言有关（确切地说与它可以适用的谓词有关），语言规定了个体所具有的类型——从这个意义上，掌握了一门语言，意味着与使用该语言的人群分享相同的世界图景。换另一种方式来说，一门语言的所有谓词所要求的类型，各自作为一个维度，形成一个或多个空间，个体就处于这些空间之中。

认为个体是多类型的复合体的观点有一定的道理。抛开语言的处理中所遇到的类型冲突的例子，从理论影响、成熟度上看，心物二元论可谓是对它最大的支持；甚至在自然科学中也能找到例子：微观世界的波粒二象性。

除了点类型之外，NA在表达一阶性质时，另外引入了新的类型，量化类型Quantificational Types。这种类型的引入是由于他对一阶性质的处理不满。一阶性质（是红的、是偶数等等，按惯例，通名也是同样处理）具有形如 $\mathrm{F} \Rightarrow \mathrm{T}$ 的类型，其中 F 是 ENTITY 的某个子类，T 是真值类型。（这是一种进一步的细分，有把它们统一处理为 $\mathrm{E} \Rightarrow \mathrm{T}$，但是此时对主目在类型上的要求就一律是 E，这就无法作类型上的区分了。）这种类型以及子类型关系的性质"如果 $\alpha \sqsubseteq \beta$，任给 γ，有 $(\beta \Rightarrow \gamma) \sqsubseteq (\alpha \Rightarrow \gamma)$"会使得限定词（determiner, a, the, my, your, this, those, every, each, either, no）无法与通名搭配。这个问题纯属前述进一步细分所带来的后果：在不进一步要求时，通名的类型都是 $\mathrm{E} \Rightarrow \mathrm{T}$，而限定词的类型是 $(\mathrm{E} \Rightarrow \mathrm{T}) \Rightarrow ((\mathrm{E} \Rightarrow \mathrm{T}) \Rightarrow \mathrm{T})$，这样能够直接搭配；但是区分类型时，通名的类型也相应地成了 $\mathrm{F} \Rightarrow \mathrm{T}$，在通名搭配时，如果 $\mathrm{F} \neq \mathrm{E}$，由于此时 $(\mathrm{E} \Rightarrow \mathrm{T}) \sqsubseteq (\mathrm{F} \Rightarrow \mathrm{T})$，类型就不匹配了。因此NA的目标是找到另一种表示方式，这个方式要满足保序性，以使得任给 E 的子类 F、G，如 $\mathrm{F} \sqsubseteq \mathrm{G}$，则新的关于 F 的类型仍然是关于 G 的类型的子类。

这是量化类型出现的缘由。量化类型和点类型一样，是从已有的类型生成的，被定义为：

- **Quantificational Types:** If σ is a simple type, and τ is any expression denoting a type and x is a variable ranging over types, then $\exists \mathrm{x} \sqsubseteq \sigma\ \tau$ is a type.[8] To illustrate, a term *t* is of this quantificational type if there is a subtype x of σ such that *t* is of type $\tau[\mathrm{x}]$.

可以举一个一阶性质相关的例子，E 是一个简单类型，$\mathrm{E} \Rightarrow \mathrm{T}$ 是一个指称类型的表达式，那么 $\exists \mathrm{x} \sqsubseteq \mathrm{E}(\mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{T})$ 就是一个量化类型。"是红的"要求其主目是物理实体 P，因此这个谓词的类型是 $\mathrm{P} \Rightarrow \mathrm{T}$，而 P 又是 E 的子类，因此"是红的"同样也具有 $\exists \mathrm{x} \sqsubseteq \mathrm{E}(\mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{T})$ 这个类型。一个一阶性质可能会具有多个量化类型，这时候选取最小的那个量化类型来作为它的类型。例如"是红的"也具有 $\exists \mathrm{x} \sqsubseteq \mathrm{E}(\mathrm{P} \Rightarrow \mathrm{T})$ 这个类型。

很容易可以检查量化类型满足前面所提到的保序性。实际上，任给 E 的子类 F，都有 $(\mathrm{F} \Rightarrow \mathrm{T}) \sqsubseteq (\exists \mathrm{x} \sqsubseteq \mathrm{E}(\mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{T}))$；在 E 只有有穷多个子类 $\mathrm{E}_1 \ldots \mathrm{E}_i$，$i \in \mathbb{N}$ 的情况下，$\exists \mathrm{x} \sqsubseteq \mathrm{E}(\mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{T})$ 就等于 $(\mathrm{E}_1 \Rightarrow \mathrm{T}) \vee \ldots \vee (\mathrm{E}_i \Rightarrow \mathrm{T})$。

关于量化类型，NA给了两个规则：

particular, where A is any type expression with an occurrence of β and B a type expression where β does not occur, then

- Type theoretic ∃ introduction:

$$\frac{\beta \sqsubseteq \alpha}{A \sqsubseteq (\exists x \sqsubseteq \alpha\, A(\frac{X}{\beta}))}$$

- Type theoretic ∃ “exploitation”:

$$\frac{\beta \sqsubseteq \alpha,\ A \sqsubseteq B}{(\exists x \sqsubseteq \alpha\, A(\frac{X}{\beta})) \sqsubseteq B}$$

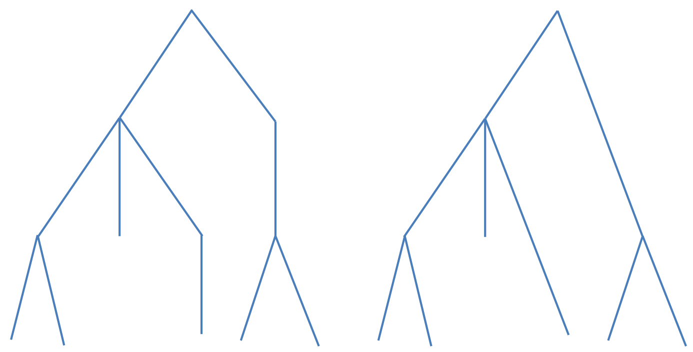
第一个规则说的是量化类型比原有的类型大，第二个规则则试图说明保序性。我的工作是证明了第二个规则会导致悖论（我所作的证明详情可参见我的草稿 draft0609）。我证明的结论

简单地说：任意一条以子类为关系的链，只要存在至少 3 个不同的简单类型，如 $\alpha \sqsubseteq \beta \sqsubseteq \gamma$，那么其中 $(\alpha \Rightarrow \tau) = (\beta \Rightarrow \tau)$，$(\exists x \sqsubseteq \gamma(x \Rightarrow \tau)) = (\exists x \sqsubseteq \beta(x \Rightarrow \tau))$。

导致悖论的原因在于 α 可以有某个很小的子类型 γ，这样相应的 $\gamma \Rightarrow \tau$ 就会变得很大，以至于超出了 B。所以要补救的方式也很简单——限制这些分支。因此 NA 对它做了修改，增加了一个限制条件，要求量化类型的每个分支都是 B 的子类型。

$$\frac{\beta \sqsubseteq \alpha,\ A \sqsubseteq B,\ A(\frac{\gamma}{\beta}) \sqsubseteq B(\text{for any subtype } \gamma \text{ of } \alpha)}{(\exists x \sqsubseteq \alpha A(\frac{X}{\beta})) \sqsubseteq B}$$

在这个修改之后，悖论就被取消。此外我还证明的结论是：NA 的类型组合逻辑中，一阶性质的量化类型，在子类关系下所形成的结构是严格分叉的。图中每个节点表示一个类型，下层的类型是上层类型的子类。无分叉的节点等效于其下层的那个节点。如果有形如左图的一系列简单类型，在 NA 的系统中，对应的量化类型就会有右图的结构。



假如一阶性质用这种方式来处理，此时限定词的类型是 $(\exists x \sqsubseteq E(x \Rightarrow T)) \Rightarrow ((\exists x \sqsubseteq E(x \Rightarrow T)) \Rightarrow T)$，而一个具有 $P \Rightarrow T$ 的通名，由于 $P \Rightarrow T$ 是 $\exists x \sqsubseteq E(x \Rightarrow T)$ 的子类型，那么就可以顺利地进行搭配了。

NA 与通常可见的类型论不同之处主要就是这两种新类型的引入。引入新类型的动机是为了解决某些问题，这样做有利有弊。最大的缺点是破坏了类型论的一个良好的性质：（不具有非逻辑常元符号的类型论中）凡是有类型的闭项，其类型对应于直觉主义命题逻辑的某条定理，但是新类型的引进会使得这种对应丧失。

类型论中的一个闭项未必有类型，例如罗素的自指式 $\lambda x(xx)$。假设它有某个类型，那么这个类型就会是一个函数类型，形如 $\alpha \Rightarrow \beta$，α 是 x 的类型，β 是 xx 的类型，于是 xx 中的前一个 x 的类型就会形如 $\gamma \Rightarrow \beta$，后一个 x 的类型则恰好是 γ。由此一来，一个符号就具有两个不同的类型，这违背了类型论的相容原则：一个符号只有一个类型。所以这个闭项是无法拥有类型的。

类型论中，一个项是有类型或是无类型，是可以判定的。而其中闭项的类型，经过这样简单的变换后——把类型符看作公式符，函数算子看作蕴涵连接词——就恰好是直觉主义逻辑中只含有蕴涵连接词的那些定理。例如

(1)	$\mathbf{B} \equiv \lambda xyz\cdot x(yz)$	$(a\to b)\to(c\to a)\to c\to b$
(2)	$\mathbf{B}' \equiv \lambda xyz\cdot y(xz)$	$(a\to b)\to(b\to c)\to a\to c$
(3)	$\mathbf{C} \equiv \lambda xyz\cdot xzy$	$(a\to b\to c)\to b\to a\to c$
(4)	$\mathbf{I} \equiv \lambda x\cdot x$	$a\to a$
(5)	$\mathbf{K} \equiv \lambda xy\cdot x$	$a\to b\to a$
(6)	$\mathbf{S} \equiv \lambda xyz\cdot xz(yz)$	$(a\to b\to c)\to(a\to b)\to a\to c$
(7)	$\mathbf{W} \equiv \lambda xy\cdot xyy$	$(a\to a\to b)\to a\to b$
(8)	$\bar{0} \equiv \lambda xy\cdot y$	$a\to b\to b$
(9)	$\bar{1} \equiv \lambda xy\cdot xy$	$(a\to b)\to a\to b$
(10)	$(\lambda xyz\cdot\mathbf{K}(xy)(xz))\mathbf{I}$	$a\to a\to a$
(11)	$\lambda xy\cdot(\lambda z\cdot x)(yx)$	$a\to(a\to b)\to a$
(12)	$\lambda xyz\cdot xy(xz)$	[untypable]
(13)	$\lambda x\cdot xx$	[untypable]

在我看来，NA 的新类型要保持和某些逻辑定理的对应，其困难有两点：

1，点类型、量化类型的存在都与子类关系有关，但是原来类型论中的对应并没涉及到子类关系。

2，即使解决了子类关系的问题，它们未必有对应的公式。量化类型相应地比较简单，可能会是某个析取公式（或许无穷长）；但是点类型是由简单类型生成的，而目前没有办法把一个点类型对应成某些公式的组合，只能就其自身看作是一个命题变元。

此外，NA 的系统未必能称作一个逻辑系统。因为对于点类型与量化类型都没有相应的引入或消去规则（我和他讨论过，但是似乎没有得出合适的结果，因此我的草稿就卡在如何建立相应的类型论系统，而没有写下去）。系统既然没有建立，那么系统的其他性质（例如逻辑学家最关心的完全性）也就无法谈起了。

旧问题的解决方法往往伴随着新问题的出现，不过新问题是否重要或许取决于所处的立场。例如 NA 对于量化类型可能会出现无穷长的情况觉得不重要，他的回答是，在实际处理中，所给定的类型是有限多的。对于是否具有完全性也是如此，他猜测他的系统没有完全性，但是即使这个系统不具有完全性，只要这些规则是正确的就够了。