

邢滔滔：当代数学哲学片断（1993）

数学基础问题的研究，是本世纪上半叶数学哲学的主流。一般的看法是把基础研究分成逻辑主义、形式主义和直觉主义三大学派。也有人再加上柏拉图主义，将基础研究分为四大学派。但是这种分别学派的做法，有许多不清晰之处，同一学派的人除了参与同一规划的研究外，往往哲学观点不同，数学方法也各异。而在柏拉图主义者之间，更是歧见纷陈，很难将他们归入同一学派。

如果能找到一个可以同时照顾到哲学观点和数学方法两方面的较为清楚的划分，这将是有意義的。王浩在50年代曾建议不按人归类。不提学派，而以工作性质作区分，他因此把基础研究按证据的强弱或研究的论域的大小分为四种方法和内容的领域：有穷主义、直觉主义、直谓主义和柏拉图主义。这种分法在数学上非常清晰，在哲学上也恰好大体对应于唯名论、概念论（弱的和强的）和实在论。本文采取了这种较为整齐的划分。

在这种划分的基础上，本文以几个重大的技术性问题的线索，叙述了上面几种理论观点在数学和哲学上的特点，叙述的重点是柏拉图主义和直谓主义。此外，还着重分析了这些理论遇到的哲学和数学上的困难，希望通过对疑难问题的讨论，更深地理解这些理论和观点。本文并非要描述本世纪上半叶数学哲学的全貌，而只是选择了有关的片断，试图说明以上理论之间的联系和区别，并提供数学和哲学的关系的一些例证。

本文分七个部分。

引言 说明数学哲学包含什么样的问题，并简单回顾了哲学史上的实在论、概念论和唯名论等本体论观点，以及经验论和非经验论等认识论观点。指出这些观点在现代数学哲学中以新的形式出现。

1. 问题所在 从Cantor集合论出发，介绍实无穷论点与潜无穷论点的争论，从而引出数学实在论和反实在论的分歧。实在论者和反实在论者在数学上面临避免悖论和维护数学两大基础问题。基础研究中不同的哲学立场影响了不同数学方法的选择。

2. 悖论与VCP:Poincare 的唯名论 Richard 悖论导致Poincare 提出VCP（禁止恶性循环原则）。Russell接受并较为明确地表述了VCP。Poincare 以VCP 来避免悖论，他的唯名论数学理论包含有穷主义的态度和构造主义的主张。因此他是有穷主义和直觉主义的先驱之一。

3. 数学与VCP: Russell 的类论 Russell 也以VCP 避免悖论，但同时想保存古典数学。他的无类论或分支类型论是直谓主义系统的开端。但还原公理破坏了VCP，而没有还原公理又难以保存古典数学。Russell 的例子显示了避免悖论与保存数学的冲突，由它可以进一步说明构造主义与柏拉图主义的冲突。

4. 有穷主义、直觉主义、直谓主义、柏拉图主义 按王浩的分类，分别叙述了四种观点的内容，说明它们研究的论域由潜无穷到可数实无穷再到不可数实无穷逐步增大。又以VCP为界，把它们分为

构造主义和柏拉图主义，柏拉图主义又分为方法论柏拉图主义（以Bernays 为代表）和本结论柏拉图主义（以Gödel 为代表）。最后在哲学角度把这几种理论分别归入唯名论、弱概念论、强概念论和实在论

5. 柏拉图主义的几个困难 分析由Skolem 悖论所引起的柏拉图主义在真理符合论以及指称理论上的困难，介绍柏拉图主义者的解决尝试。再分析由Gödel 不完全性定理和CH 的独立性所引起的柏拉图主义在认识论上更进一步的困难。提出Benacerraf 问题，说明柏拉图主义在本体论和认识论上的脱节。介绍和评价柏拉图主义者在本体论（或语义学）和认识论上的某些解决方案，其中主要叙述了Gödel 的数学哲学思想。

6. 直谓主义的中间道路 通过王浩的直谓集合论 Σ ，看出直谓主义既避免了柏拉图主义在哲学上的困难，又保存了日常数学。还介绍了Chinara 的系统S（对 Σ 的一个前节的唯名论翻译），讨论了直谓唯名论的问题。最后说明柏拉图主义是数学发展的最宽广的道路，它虽然困难重重，但仍充满活力，并不能被直谓主义所取代。