# 个体语义、性质语义与弗雷格谜题（草稿）

当我们遇到一个对象时，或许我们会笼统地认为这是某个个体（东西、对象），但是也会同时发现它具有某些形状、有某些气味、有某些颜色、有着一些性质等等。人们可以把着重点放在前者，也可以放在后者——这两种处理方式同等自然，而且也许前者更为普遍一些。

以前者的方式处理的人会同意，在遇见、设想、回忆对象的时候，他们遇见的、设想的、回忆的是一个一个的个体，个体优先，而性质是附加于其上的东西——假如把这种看法推广到极点，很自然地就会得到这种观点：

> 有着赤裸裸的、没有任何性质的个体（bare particulars），它们是性质的承担者（容器）。

这个想法可以这样来理解，个体的大部分性质（所有性质，如果不承认有本质属性的话）都是可变动的、甚至是可有可无的；既然苏格拉底可以是长头发也可以是短头发甚至是没有头发、可以是凸鼻子也可以是塌鼻子甚至是没有鼻子……，那么把苏格拉底的那些可有可无的性质全部统统去除，最后还剩下的那个东西，才是“真正的”苏格拉底。

这种看法自然是有争议的，但在我看来，并没有成功的反驳。也许有人会这样反驳，苏格拉底尽管可以什么都不是，但是他总不可能不是他吧？因此苏格拉底至少具有自我同一性，于是就不会有赤裸的殊相这种个体。诚然苏格拉底具有这个性质，但是这种性质似乎过于平庸（trivial），因为没有不自我同一的东西。对这种反驳的回应也许是：

> 性质反映了个体的某种分类。个体依据其所具有的性质而分属各种类别：例如红的个体从属于红这一类别、方形的个体从属于方形这一类别、有弹性的个体从属于有弹性的类别等等；
> 真正的性质应该在所有个体中有所取舍，从所有个体中区分中它的某个真子类（集）；
> 因此真正的性质，只适用于某些个体而不是任意的个体，由于它们相当于从全部个体中挑选出某些个体来，因而是可以充当“区分”作用的；
> 平庸的性质不同于“红”、“方形”、“有弹性”这些性质，由于它们对任意个体都适用，所以它们无法从所有个体中区分中真子类来；即平庸的性质反映不出个体之间的分类；
> 于是，苏格拉底的确具有自我同一性，但是这种性质不能把苏格拉底和其它个体区分出来；
> 一群赤裸的殊相，与一群赤裸的但是自我同一的殊相，这只是术语上的不同而已。

基于此，另一种进一步的反驳则是，假如自我同一性不从所有个体中区分出某个真子部分出来，那么“苏格拉底性（或苏格拉底的本质属性）”则是只适用于苏格拉底这个个体的。每个个体都具有它成其所以然的本质属性，因此并不会有赤裸裸的殊相这种东西。对于这种反驳的回应是：

> 这种看法会损害前面提到过的“个体优先于性质”的主张。假如任何个体都对应地和特定的一些性质捆绑着（即具有本质属性），那么何不直接把那个个体就看作是那些性质的聚合（“以何种方式”也许再讨论），何必在性质之外预设这种多余的“个体”？

这使得这样的观点也具有某种合理性：

> 性质优先于个体，甚至推广到极端，认为“个体”是多余的，所谓的个体其实都可以还原为某些性质的聚合。

我们熟知的一阶逻辑，其语义是着重于个体的——这是由论域而得的：一阶结构的论域正好是以个体（对象）为元素，关系被解释为个体的类（集合），函数作用于（若干）个体之上。从这个角度来看，可以称弗雷格的《概念文字》为《个体文字》或《对象文字》，称一阶逻辑的语义是一种个体（对象）语义。

这种语义的优点在于简单符合直观：被称作个体项的符号其语义值是论域中的个体；对应于自然语言中，我们用名字来表示某人某物——专名或通名相应于某个个体或者某类个体。但是为什么在弗雷格谜题这类情况上却使人感觉其能力有限呢？

我们先来看看弗雷格谜题：

1. Hesperus is Hesperus.
2. Hesperus is Phosphorus.

给定一个对各类词项的解释都符合现实世界的语义，Hesperus 和 Phosphorus 都指称到同一个个体*金星*，于是句子 1 和 2 的语义值就是相同的；但是直观感觉 1、2 是不同的。前者说的是 Hesperus 是它自己，后者则在说 Hesperus 是 Phosphorus。在认知的意义上，前者表示的是一个先天命题，后者则表示的是一个后天命题。我们之所以会觉得这两句话不同，是因为在使用到任何一个专名的时候，使用者（也许要依据特定的个人、群体而作区分，如作者、读者；又或普通人、专家权威之类的区分）总会把它关联到一些性质上去。例如 Hesperus 会关联到“傍晚出现”、“星星”、“天体”之类的性质上，而 Phosphorus 则被关联到“早晨出现”、“星星”、“天体”之类的性质上。如果某个主体（也许是某个天文学家）关联到 Hesperus 和 Phosphorus 上的性质一样，那 1、2 这两个句子对他来说就没有认知意义上的区别；如果某个主体（也许是某个缺少天文学知识的人）关联到这两个词的性质不同，那 1、2 这两个句子对他来说很自然地就有认知意义上的区别。

并没有单纯只考虑相应的个体，而不考虑相应性质的用法。

这意味着只考虑个体的语义也许是不合适的，因为如前所述，它无法解释同语义值的表达式在认知意义上的差别。弗雷格采取的做法是区分出直接、间接语境，在指称之外另给一个语义值“涵义”；两个表达式的指称相同，但是涵义可以不同，涵义充当的就是区别认知差异的作用。于是弗雷格修改后的语义可以在这个意义上看作是混合语义：个体项（关系、函数）的语义值在直接语境中是个体（类、函数），即论域中的某个元素；在间接语境中则是个体的涵义（类的涵义、函数的涵义），通常被表示为可能世界（语境或其它因素）到论域的函数。

而假使一个人想要继续坚持纯粹的个体语义，那么他可以（1）主张认知意义上的区别不应该由语义值来反映；自然做了这种区分并不足以使得大家继续支持这种理论——因为假如有其他的语义，它能比这种语义解释更多的现象，那何必舍多取少？因此无论是否做到（1），他都需要（2）对个体语义增加某些相应的技术或作某种特殊解释，以使得个体语义也能反映认知差别。

Nathan Salmon 在 1986 年的《Frege’s Puzzle》中试图给过一个解决方案，以表明经由不同的方式，一个主体相对于同一个对象会有不同的（命题）态度。

Salmon 主张[1]，认知信息不是由语义值来表现的。句子（表达式）编码着信息，这些信息就是它的语义值；而句子（表达式）也传达着信息。前者是语义学的内容，后者则是属于语用学的内容。例如句子“V 是 5”，对于知道罗马数字的人和不知道的人，它所传达的信息就不同（这里传达的信息就是后者，语用学意义上的信息）；而 V 是 5 表达的命题是 *5 是 5*，这是语义编码的信息。——尽管做了这个区分，但是 Salmon 仍然认为 Hesperus 与 Phosphorus 的例子并不是因为编码和传达的区别引起的，因为他坚持：即使是熟知天文学的人，面对这两个句子也会觉得它们表示不同的认知内容[2]，即，即使编码着相同的信息，语用意义上传达的信息也相同，句子 1、2 也具有不同的认知意义。联系到他的解决办法：个体（对象、命题等）经过不同的方式被主体认识（相信、知道等等），这就显得有些奇怪，难道“不同的方式”和“语用意义意义上传达不同的信息”有区别？

Salmon 还主张，语义值只有指称，个体名词的语义值就是它指称的某个个体，而 n 元关系词、n 元函数词相应地以 n 元性质、n 元函数为语义值。在这种主张下，一个句子指称一个单称命题（singular proposition），由句子中出现的各个名字所指称的那些个体、各个谓词所指称的那些性质，加上句子所处的语境、时间、地点等等要素按某种方式组成；Salmon 反对的是另一种主张，那种主张认为句子指称的是一般命题（general proposition），这是一

[1] P58
[2] P60

种内涵实体，由个体的概念化表征和概念、性质，以及句子所处的语境、时间、地点等等要素组合而成。
因此，句子 1、2 都是同一个命题，句子

3. Socrates believes that Hesperus is Hesperus.
4. Socrates believes that Hesperus is Phosphorus.

都表示*苏格拉底*这个人、*相信*这个谓词以及 *Hesperus is Hesperus* 这个单称命题之间的关系。由于名字 Hesperus 和 Phosphorus 的语义值都是 *Hesperus* (*Phosphorus*)这个行星，因此命题 *that Hesperus is Hesperus* 就是命题 *that Hesperus is Phosphorus*，由 *Hesperus* 这个行星和二元关系 *is* 组合而成。句子 Hesperus is Hesperus 与 Hesperus is Phosphorus 在此处并不是如弗雷格主张的指称到它的涵义上去，即名字 Hesperus 和二元关系词 is 的概念表征所形成的那个"思想"。
Salmon 把 Believe 分析为一个三元的谓词，作用于信念主体、命题和某个不明参数 $x$：

句子 $A$ believes $p$ 可以被分析为$(\exists x)[A$ grasps $p$ by means of $x$ & $BEL(A, p, x)]$

$A$ 把握到 $p$ 只要求以某种方式即可，不一定要求 $A$ 遍历所有能把握 $p$ 的方式；

$A$ 不相信 $p$，则可被分析为$(\exists x)[A$ grasps $p$ by means of $x$ & $\sim BEL(A, p, x)]$

$x$ 可以被理解为是在时间 $t$，面对句子 $S$，主体 $a$ 获取其中信息内容的方式[3]，用 $f_t(a, S)$来表示。因此 3 表示的是

5. $(\exists x)[$*Socrates* grasps *that Hesperus is Hesperus* by means of $x$ & $BEL($*Socrates*, *that Hesperus is Hesperus*, $x)]$
   等价于
6. $(\exists x)[$*Socrates* grasps *that Hesperus is Phosphorus* by means of $x$ & $BEL($*Socrates*, *that Hesperus is Phosphorus*, $x)]$

那么这个神秘的 $x$ 是不是还可以进一步分析呢？如果实际上苏格拉底把名字 Hesperus 对应于某个天体，把 Phosphorus 对应于另一个天体，如果苏格拉底认为有两个不同的行星，那么直观上就有句子 3 真而 4 假。这样就会有 7 是真的：

7. Socrates does not believe that Hesperus is Phosphorus.
   这被分析为
8. $(\exists x)[$*Socrates* grasps *that Hesperus is Hesperus* by means of $x$ & $\sim BEL($*Socrates*, *that Hesperus is Hesperus*, $x)]$

假设 6 中的 means 是 $m_1$，8 中的 means 是 $m_2$，于是有

9. $BEL($*Socrates*, *that Hesperus is Hesperus*, $m_1)$ & $\sim BEL($*Socrates*, *that Hesperus is Hesperus*, $m_2)$

这两个信念是对同一个命题所持有的，但是由于该命题被把握的方式不同，以至于苏格拉底以为它们是两个不同的命题。我们可以很合理地设想这样的情况：当有人问苏格拉底是否相信 Hesperus is Hesperus，他会回答是；当有人问苏格拉底是否相信 Hesperus is Phosphorus，他会回答不。于是很自然地就会想到 $m_1$ 和 $m_2$ 之所以不同，是因为在把握命题时所使用到的语句不同。Salmon 据此建议用一个以语句 $S$ 为主目的函数来表示这些把握方式，这个函数与把握命题时的时间 $t$、认知主体 $a$ 有关，Salmon 把它记作 $f_t(a, S)$。于是 $BEL$ 在 Salmon 那里表示为 $BEL(a, p, f_t(a, S))$。

[3] P117

简单地归纳，Salmon 对于弗雷格谜题的解决办法最后归结于语形，由于 Hesperus 与 Phosphorus 的语形不同，而不同主体原有的知识储备不一样，因此语形上的不同带来了认知信息的不同。

对于 Salmon 把认知信息归结于语形的做法，我认为可能会有这样的后果：

1， 由于 $S$ 的指称便是命题 $p$，因此使得命题 $p$ 在此处的角色是多余的。假定$\rho$是从句子到其指称的命题的函数，那么 $p$ 可以由$\rho(S)$来代替。于是 $BEL(a, p, f_t(a, S))$可以被表示为 $BEL(a, \rho(S), f_t(a, S))$，这里出现的自变量实际上只有主体 $a$、句子 $S$ 以及主体把握句子时的时间 $t$，于是我们可以用一个新的三元关系 $BEL^*(a, S, t) := BEL(a, \rho(S), f_t(a, S))$，这意味着，Salmon 所作的分析会得到这个结果：相信关系实际上是主体和一个句子的关系。这和他自己的主张不符：相信关系，在 Salmon 看来是主体和单称命题的关系，而不是和句子的关系。于是借用语形来作区分是不可取的。

2， 即使诉诸语形的处理合适，认为语形上的区别带来了认知信息上的区别；那么 Salmon 还缺少一个合理的解释：什么样的区别会引起认知信息的差异，什么样的区别不会？也许这样认为是比较合理的：凡是表达式的语形不同时，它们所携带的认知信息也不同。

3， Salmon 的表述中，存在量词管辖到“把握方式”。这意味着在论域中引入了个体之外的东西，它也不是性质或者函数。诚然直接扩大论域是一种解决方法，但也许有人因此反驳，既然把握方式可以放在论域中，为什么涵义或其他的概念表征不能放进去？而如果坚持原来的论域，那就需要给出其他的手段来归约。

Kit Fine 在 2007 年出版的《Semantic Relationism》中给了另一种语义——这种语义的一个重要特点是，语义值相同的表达式依其出现的位置不同可能具有不同的语义特征，所以需要事先规定好它们之间的关系。

名字表达对象，但是这种表达有两种。Fine 区分了“表达相同的对象”（represent being the same）和“相同地表达对象”（represent as the same），前者简单地说就是语义值相同，后者则是用法相同。Fine 给出了一个测试方法[4]：

But a good test of when an object is represented as the same is in terms of whether one might sensibly raise the question of whether it *is* the same. An object is represented as the same in a piece of discourse only if no one who understands the discourse can sensibly raise the question of whether it is the same. Suppose that you say “Cicero is an orator” and later say “Cicero was honest,” intending to make the very same use of the name “Cicero.” Then anyone who raises the question of whether the reference was the same would thereby betray his lack of understanding of what you meant.

表达式的语义值相同，在 Fine 那被称作是协调（coordination）。假设给定一些单称命题的一个序列 P=$p_0$、…、$p_n$，这些命题有着各个个体的不同出现（occurrence），对这些出现规定一个被称为协调模式（coordination scheme）的等价关系 $\mathfrak{C}$，如果个体的这些出现被 $\mathfrak{C}$ 所关联，那么它们就是同一个个体的出现。Fine 称(P, $\mathfrak{C}$)为这些命题的一个协调序(coordinated sequence of propositions)。

例如，假设 $p$ 是表示 *Hesperus is Hesperus* 的一个命题，$h_1$、$h_2$ 是 *Hesperus* 在 $p$ 中的两次出现。于是对 $p$ 就有两种协调模式：其一 $\mathfrak{C}_1$，把 $h_1$ 和 $h_2$ 关联起来；其二 $\mathfrak{C}_2$，不把 $h_1$ 和 $h_2$ 关

[4] P40

联。这两个模式相应地给出了两个协调序，$p^+=(p, \mathfrak{C}_1)$，$p^-=(p, \mathfrak{C}_2)$。$h_1$ 和 $h_2$ 在 $p^+$中正协调，在 $p^-$中负协调。

Fine 把名字的序列指派为带有这些协调模式的个体的序列，例如 Hesperus、Hesperus 被指派为正协调的个体序 $Hesperus$、$Hesperus$（这个模式把这两次出现都关联起来），而 Hesperus、Phosphorus 则被指派为负协调的个体序 $Hesperus$、$Hesperus$（这个模式不关联这两次出现）。不同的协调模式反映了不同的认知信息。于是 Hesperus is Hesperus 的语义值是 $p^+$，即$(p, \mathfrak{C}_1)$，Hesperus is Phosphorus 的语义值是 $p^-$，即$(p, \mathfrak{C}_2)$，它们虽然都是关于单称命题 $p$ 的，但是因为协调模式不同，所以认知信息不同。

采用协调模式来表达认知信息，其思想在我看来是区分表达式的不同次出现，认为这些出现必须在某些规定条件（协调模式）下才能确定完整的意义。协调模式的作用与 Salmon 的把握方式相似，但是协调模式的种类是依个体出现的次数而确定的，把握方式则有着任意的可能。Fine 的方案简单，而 Salmon 的方案则更合直观。

但是从某种意义上来说，协调模式并没有解决认知信息差异的问题。依然举个体的两次出现为例。假如不同的名字形成的有序对可以被指派为相同的协调序，例如说都是正协调的个体序，即在 Hesperus is Hesperus 与 Hesperus is Phosphorus 的例子中，名字的序对 Hesperus、Hesperus 和 Hesperus、Phosphorus 都被指派为正协调的个体序 $Hesperus$、$Hesperus$；于是这两个句子的语义值都是 $p^+$，即$(p, \mathfrak{C}_1)$。这时候仍然会有语义值相同而认知信息不同的现象。假如不同的名字形成的有序对不能被指派为相同的协调序，此时原来的表达式在语形上[5]的差别就足够表现这种区分，并不需要再设置一个协调模式。这意味着 Fine 的方案仍然需要修改。

弗雷格谜题是否无解呢？弗雷格的意思是：

> 假如语言中有一对（语形上）不同的词项 $a$ 和 $b$，它们共有相同的指称；
>
> 而且信息值通过指称值来表示；
>
> 任意两个表达式，它们的差别如果仅仅在于某个表达式出现 $a$ 的某个位置在另一个表达式那里出现了 $b$，其它部分相同，那么这两个表达式的信息值就相同。
>
> 但是表达式 $a=b$ 是有信息内容的（informative），与之相反表达式 $a=a$ 却不是。

此处说到指称，是因为弗雷格当时出现的语义理论是只有指称值的，对此弗雷格认为指称值不足以表达信息内容的多样性，于是提出了涵义理论，借助涵义的不同来表示信息内容的不同。于是不同的词项虽然共指称，但是由于涵义不同，所以它们的信息内容也不同。粗看，诉诸指称之外的其它东西似乎可以解决弗雷格谜题，但是简单地把弗雷格谜题给一般化之后，这样的做法也是失败的。

弗雷格谜题原来是针对指称的，如果某个语义宣称它能反映表达式的信息值，对弗雷格原来的意思相应地作一般化如下：

> 假如语言中有一对（语形上）不同的词项 $a$ 和 $b$，它们共有相同的语义值（为更精确，也许可以直接说共有相同的信息值）；
>
> 而且信息值通过语义值（信息值）来表示；
>
> 任意两个表达式，它们的差别如果仅仅在于某个表达式出现 $a$ 的某个位置在另一个表达式那里出现了 $b$，其它部分相同，那么这两个表达式的信息值就相同。

[5] 语形理论的反驳，可以诉诸不同语言的语形不同，甚至无法翻译，例如 fortnight 在中文里找不到对应的单个字的翻译。

但是表达式 $a=b$ 是有信息内容的（informative），与之相反表达式 $a=a$ 却不是。

一般化之后的弗雷格谜题在任何语义下都是无解的，比较合理的结论则是，任何不同的词项，它们的信息值都不同。

如前所述，当人们遇见任何一个词项时，都会附加给它一些东西，例如看到“太阳”这个词，也许有人就会附加给它“发光”、“发热”、“大火球”这些性质，看到 Hesperus 这个词，有人就会附加以“傍晚出现”、“星星”、“天体”——而一个天文学家也许会同时给 Hesperus 附加“早上出现”这个性质。如果一种语义把项都指派成关于性质的某些东西，这种语义会是什么样子的？

在给出这种语义之前，下面这些主张我认为是比较合理的，应该在这个语义中所表现出来：

（1） 每个个体实际上都是一些（一元的）性质的聚合体（也许可以用集合，或部分学 mereology 的聚合来表示），于是“一个个体具有某个性质”实际上指的是该性质是这个聚合体的某个组成部分。

（2） 人们作推理是依据概念而作，而不是根据通常所称的个体而作，因此即使找不到某些概念的对应个体，人们依然可以对这些概念作推理。在这个语义中用性质来在某种意义上表示概念，因此只要有性质，就可以权且认为这些性质形成了聚合体，人们根据这些聚合体而作推理。

（3） 如果凡是具有某一个性质的聚合体都具有另一个性质，则称前面这个性质蕴涵后面那个性质。显然如果一个性质由若干个性质合成，那么具有前面这个性质的聚合体就应该具有后面那些性质，被合成的新性质蕴涵原来的性质。

（4） 给定两个性质，那么这两个性质（无序地）合在一起形成的新性质，表示兼有这两个性质，这被称作性质的合成。如果两个性质分别是某个聚合体的组成部分，合成的新性质也应该是它的组成部分。

（5） 给定两个性质，它们可以通过另一种方式（无序地）合在一起形成新性质，表示具有两个性质中的某一个。如果其中某一个性质是某个聚合体的组成部分，那么合成的新性质也应该是它的组成部分。

（6） 语言中有些表示性质的词，实际上是把一个性质转化为另一个性质。这种现象也就是（一元的）函数作用于某个性质，取值为另一个性质,其转化得到的新性质与原来的性质可能有关也可能无关。

（7） 得到新性质可能还有另一种方式，即取其相反的性质。两个性质是否相反应当依据实际情况来判断，

对于（1），假设聚合体 $a$ 具有若干个性质 $p_0$、…、$p_n$，也许可以暂且把 $a$ 看作是$\{p_0$、…、$p_n\}$，用集合的属于关系来表示“具有”，于是 $a$ 具有某个性质 $p_i$ 就是 $p_i \in a$。

对于（2），任意给定性质 $p$，相应于 $p$ 有一个聚合体$\{p\}$。

对于（3），记“蕴涵”关系为$\succ$，这种关系是自反传递的。另外，如果性质 $p_j \succ p_k$，那么聚合体就应该对$\succ$关系也封闭。

对于（4），记这种合成运算为 $\bullet$，如果性质 $p_j$、$p_k$ 同属某个聚合体 $a$，它们合在一起为 $p_j \bullet p_k$，这个性质应该也属于 $a$，于是聚合体就应该被表示为一个对 $\bullet$（无论它是什么）运算封闭的集合。

对于（5），记这种合成运算为$\circ$，如果 $p_j$ 属于某个聚合体 $a$，对任意的性质 $p_k$，$p_j \circ p_k$ 这个性质也应该属于 $a$，即聚合体就应该被表示为一个对$\circ$运算封闭的集合。

对于（6），假如用 $f$ 表示某个这样的函数，$p_j$ 是某个被其作用的性质，如果 $p_j$ 属于某个聚合体 $a$，那么得到的新性质 $fp_j$ 与 $a$ 的关系可能是属于也可能是不属于；而且如果 $a$ 中包含的某个性质 $p_j$ 是某个函数 $g$ 作用在另一个性质 $p_k$ 而得的，那么 $p_k$ 和 $a$ 也没有必然属于或不属于关系。

对于（7），记这种运算为~写在原性质上，得到的结果是相应的“反性质”。例如给定性质 $p$，经这种运算后得到的反性质记作是$\tilde{p}$。与（6）相同，反性质与原性质所属的聚合体也没有必然关系。

给定一些简单的一元性质，“简单的”意味着（1）它并非经由某些不同的性质被・或∘合成而得到，（2）任意两个简单的性质并不具有≻关系。所有的这些简单性质可以形成一个集合（或类）P，以 P 的某个子集（类）I 为基础，经由・或∘运算可以对 I 进行扩充，记由此得到的闭包为 I*。通常意义上所说的一个个体，就可以看作这样的一个 I*。例如苏格拉底也许就被解释为某个“苏*”。

相应地，一元谓词会被看作是关于一元性质的某些东西，但是是什么东西的？假如直接就看作是对应的那个性质，于是一个个体具有某个性质，统一被表示为属于关系。可是性质之间也有关系，自然语言中的很多句子表面上并不涉及到个体词，只是被形式化处理时才被分析为涉及到个体词的公式。例如“人都是会死的”可能会被分析为“$\forall x$(人(x)→会死的(x))”。假如我希望仍然保持统一的处理关系，个体具有某个性质被怎么样处理，这里也相应地被怎么样处理，那么也许不处理为元素与集合之间的属于关系而处理为子集的包含关系更合适。于是很自然的想法是把一元谓词解释到包含相应性质的单点集。于是 $a$ 具有性质 $p$ 就是指$\{p\}\subseteq a$。但是问题在于，单点集无法表达性质间的关系，例如{人}和{会死的}字面上看不出有什么联系。如果把{人}扩充为这样一个集合（类）$\{p|$人$\succ p\}$，{会死的}扩充为$\{p|$会死的$\succ p\}$，那就很自然地可以把“人是会死的”解释为$\{p|$会死的$\succ p\}\subseteq\{p|$人$\succ p\}$。不妨记由性质 $p$ 生成的这样的集合为 $p$^，即性质人生成的集合为人^。在这种考虑下经典的关于“苏格拉底”的三段论例子被解释为：

| | |
|---|---|
| 苏格拉底是人。 | $\{p|$人$\succ p\}\subseteq$ 苏* |
| 人是会死的。 | $\{p|$会死的$\succ p\}\subseteq\{p|$人$\succ p\}$ |
| 苏格拉底会死。 | $\{p|$会死的$\succ p\}\subseteq$苏* |

以上所作的考虑并没有考虑到不同的人形成概念时的区别，例如虽然同是孔子的学生，颜回和宰予大脑中形成的孔子这个概念就会不一样，也许颜回会认为孔子是和蔼的，而宰予则认为孔子是严厉的。于是面对句子“孔子是和蔼的”时，颜回会赞成而宰予会反对。这里就出现了一种现象：基于同一个东西，不同的人作出了不同的反应。如果我们把人当作电脑中的处理器，把面对的那个东西当作输入，把反应当做输出，这个例子表示的就是这样的情况：即输入相同时，输出不同。这可以很自然地被解释为处理器不同，所以输出不同；但是也可以解释为，处理器相同，但是输入不同。但是后面的解释也合理。我们面对着某个东西时，那个东西实际上是什么样子我们永远没有一个确切的答案，我们只能根据大脑所得到的信息来认识事物来做推理。如果抛开那个不可知的东西，只谈论大脑所接收到的信息，那么认为这些信息依不同的人而不同，这是很直观的想法——例如近视者和正常视力者看到的世界就不一样。

假如我用性质的某种聚合来表示概念，并且我认为概念是主观性的东西，随不同的人而变化，那么我需要在语义中也把这一点表示出来。我的做法是对每个主体设立一个函数，该函数把每个项映射为该主体用那个项所表示的那个性质聚合体。

为简便，这里的一阶语言中关系符只包含一元关系符。因为要变动的只是论域中的元素，把个体改成性质的聚合（为简化暂时用性质的集合来表示），仅仅是在一阶逻辑的语形增加一类符号，“[*]”，作用在公式上形成新的公式。如果个体常项集为空，那么这类符号的集合也就是空集；如果个体常项集非空，那么*就是个体常项集中的符号：即相应于个体常项集的某个子集 C，任意 $c\in$C，都有一个$[c]$与之对应。对于公式$\alpha$，$[c]\alpha$表示的是主体 $c$ 相信（主张、认为、赞成等等）符号$\alpha$所表示的那个命题。

此外，任给一元关系符 $Q$、$R$，$Q(R)$也是公式，表示“$R$ 是 $Q$”这样的句子。至于一阶逻辑语形中的其它地方并不需要变动。主要变动的是语义部分，如前面所述：

简单性质的域：先有一个简单性质的集合 P：$\{p|p$ 是简单的性质$\}$；

所有性质的域：P*：P 在 • 和○运算下生成的闭包；

个体域：个体被看作是简单性质按某种方式形成的聚合体，于是个体域 A：$\{a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$ 且 $a^*$是由 $a$ 生成的对 • 和○运算封闭的集合$\}$；

一元谓词：一元谓词对应于一个性质在$\succ$关系下的闭包。

n 元函数：以个体为主目的函数，这时候就应该被看作是以聚合体为主目的函数。

论域：既然把个体看作是性质的集合，那么论域中的元素则是一些集合，给定若干性质的某个集合 $P$，相对于 $P$ 而得到的论域 $A$ 就应该满足 $A\subseteq\wp(P)$；

于是某个个体相应地对应于性质的集合；n 个个体的有序对对应于 n 元性质的集合；n 元谓词对应于 n 元性质的单点集；n 元函数词对应于 n 元函数。

试给语义（为简便，只考虑一元性质）如下：

结构 $\mathfrak{A}$：$(P, A, Y, I, \mathfrak{a})$如果满足以下要求，则称为一个结构 $\mathfrak{A}$：

（1） $P$ 是一个非空集；

（2） $A\subseteq\{a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$且 $a^*$是由 $a$ 生成的对 • 和○运算封闭的集合$\}$；

（3） 记 $P^*$是 $P$ 在 •和○运算下生成的闭包，$Y\subseteq\{y^\wedge|y\in P^*$且 $y^\wedge=\{p|\ p\in P^*$且 $y\succ p\}\}$；

（4） $I$ 是这样一些函数的集合：$\{i_c|$

$c$ 是个体常项符$|$

$i_c$ 是一元函数，任给 $a\in A$，$i_c(a)\in A$（也许可以认为不仅仅是 $A$，而是(2)中提到的$\{a^*|a\in\wp(\mathrm{P})$且 $a^*$是由 $a$ 生成的对 • 和○运算封闭的集合$\}$）；

任给 $z\in Y$，$i_c(z)\in Y$；

任给 $A$ 上的 $n$ 元函数 $g$ 以及 $A$ 中的 $n$ 个元素 $a_0$、…、$a_{n-1}$，$i_c(g)$仍然是 $A$ 上的 $n$ 元函数，且满足 $i_c(g(a_0$、…、$a_{n-1}))=i_c(g)(\ i_c(a_0)$、…、$i_c(a_{n-1}))\}$；

（5） $\mathfrak{a}$ 是这样的函数，任给个体常项符号 $c$，$\mathfrak{a}(c)\in A$；

任给一元关系符 $Q$，$\mathfrak{a}(Q)\in Y$；

任给 $n$ 元关系符 $F$，$\mathfrak{a}(F)$是定义域为 $A^n$、值域为 $A$ 的 $n$ 元函数；

任给$[c]$，$\mathfrak{a}([c])=i_c$。

为简便把 $\mathfrak{a}(c)$、$\mathfrak{a}(Q)$、$\mathfrak{a}(F)$、$\mathfrak{a}([c])$简写为 $c^{\mathfrak{A}}$、$R^{\mathfrak{A}}$、$f^{\mathfrak{A}}$、$[c]^{\mathfrak{A}}$。

变元的指派 assignment：如果$\beta$是一个从变元符号到 $A$ 的映射，对任意的变元 $x$ 都满足$\beta(x)\in A$，则称$\beta$是一个指派。

解释：一个解释 $\mathfrak{I}$ 是一个二元组$(\mathfrak{A}, \beta)$，其中 $\mathfrak{A}$ 是一个结构，$\beta$是一个指派。

指派和解释的变体：

如果$\beta$是 $\mathfrak{A}$ 中的一个指派，$a\in A$，$x$ 是 n 个变元，则用$\beta\frac{a}{x}$表示这样一个指派：$\beta\frac{a}{x}$把 $x$ 映射为 $a$，而对其他的变元则与$\beta$同样处理，即

$$\beta\frac{a}{x}(y)=\begin{cases}\beta(y)，如 y\neq x\\ a，如 y=x。\end{cases}$$

用 $\mathfrak{I}\frac{a}{x}$表示$(\mathfrak{A}, \beta\frac{a}{y})$。

给定一个解释 $\mathfrak{I}$ 后，对于每个项 $t$，都指定 $A$ 中的一个元素 $\mathfrak{I}(t)$（对项的解释）：

（1） 对于变项 $x$，$\mathfrak{I}(x):=\beta(x)$；

（2） 对于个体常项 $c$，$\mathfrak{I}(c):=c^{\mathfrak{A}}$；

（3） 对于 $n$ 元函数符 $F$ 和 $n$ 个项 $t_0$、…、$t_{n-1}$，$\mathfrak{I}(Ft_0\ldots t_{n-1}):=F^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_0)\ldots\mathfrak{I}(t_{n-1}))$。

可满足关系：称一个解释 $\mathfrak{I}$ 是某公式$\varphi$的模型，如果 $\mathfrak{I}$ 满足$\varphi$，记为$\mathfrak{I}\vDash\varphi$，这里的满足关系$\vDash$如下定义：

$\mathfrak{I}\vDash t_0=t_1$ iff $\mathfrak{I}(t_0)=\mathfrak{I}(t_1)$

$\mathfrak{I}\vDash [c](t_0=t_1)$ iff $[c]^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_0))=[c]^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_1))$

$\mathfrak{I}\vDash Q(t_0)$ iff $Q^{\mathfrak{A}}\subseteq\mathfrak{I}(t_0)$

$\mathfrak{I}\vDash [c](Q(t_0))$ iff $[c]^{\mathfrak{A}}(Q^{\mathfrak{A}})\subseteq[c]^{\mathfrak{A}}(\mathfrak{I}(t_0))$

$\mathfrak{I}\vDash Q(R)$ iff $Q^{\mathfrak{A}}\subseteq R^{\mathfrak{A}}$

$\mathfrak{I}\vDash [c](Q(R))$ iff $[c]^{\mathfrak{A}}(Q^{\mathfrak{A}})\subseteq[c]^{\mathfrak{A}}(R^{\mathfrak{A}})$

$\mathfrak{I}\vDash\neg\varphi$ iff 并非 $\mathfrak{I}\vDash\varphi$

$\mathfrak{I}\vDash [c](\neg\varphi)$ iff $\mathfrak{I}\vDash\neg[c](\varphi)$

$\mathfrak{I}\vDash\varphi\wedge\psi$ iff $\mathfrak{I}\vDash\varphi$且 $\mathfrak{I}\vDash\psi$

$\mathfrak{I}\vDash [c](\varphi\wedge\psi)$ iff $\mathfrak{I}\vDash [c](\varphi)\wedge[c](\psi)$

$\mathfrak{I}\vDash\varphi\vee\psi$ iff $\mathfrak{I}\vDash\varphi$或 $\mathfrak{I}\vDash\psi$

$\mathfrak{I}\vDash [c](\varphi\vee\psi)$ iff $\mathfrak{I}\vDash [c](\varphi)\vee[c](\psi)$，由于$\vee$可以被$\neg$和$\wedge$所定义，于是也相当于

iff $\mathfrak{I}\vDash [c](\neg(\neg\varphi\wedge\neg\psi))$ iff $\mathfrak{I}\vDash\neg([c]\ (\neg\varphi\wedge\neg\psi))$ iff $\mathfrak{I}\vDash\neg([c](\neg\varphi)\wedge[c](\neg\psi))$

iff $\mathfrak{I}\vDash\neg(\neg[c](\varphi)\wedge\neg[c](\psi))$

蕴涵式的可满足定义同常；

$\mathfrak{I}\vDash\exists x(\varphi)$ iff 存在 $a\in A$，$\mathfrak{I}\frac{a}{x}\vDash\varphi$

$\mathfrak{I}\vDash [c](\exists x(\varphi))$ iff 存在 $a, b\in A$，$a=i_c(b)$，且 $\mathfrak{I}\frac{a}{x}\vDash\varphi$ 这个要求是为了表示 $a$ 的确是被 $c$ 所认识到。

在这种语义下的一些例子：

例 1：假设有一个解释 $\mathfrak{I}$，满足：

给定 $P$={两足，无羽毛，动物，会死，发光，发热，老师，学生}，（把通名也处理为性质词，并且这里为简便，把某些通名看作是简单性质词）

于是 $P^*$={两足，无羽毛，动物，两足·无羽毛，两足·动物，无羽毛·动物，两足·无羽毛·动物，两足·无羽毛·动物·会死，……}

而又有这样一个关于通名的定义：人:=两足·无羽毛·动物，

并且动物和会死具有这样的关系：动物$\succ$会死，由·运算的定义，立刻可得$\succ$={<人，两足·无羽毛>，<人，两足·动物>，<人，动物·无羽毛>，<人，两足>，<人，无羽毛>，<人，动物>，<人，会死>，<动物，会死>，……}

为简化处理，苏格拉底这个个体被理解为由简单性质集 $S${两足，无羽毛，动物，会死，是老师}生成的对·和$\circ$封闭的聚合体 $S^*$，柏拉图这个个体被理解为由简单性质集 $B${两足，无羽毛，动物，会死，是学生}所生成的的聚合体 $B^*$。

$Y$={{$p\in P^*$|人$\succ p$}，{$p\in P^*$|会死$\succ p$}，{$p\in P^*$|教师$\succ p$}，{$p\in P^*$|学生$\succ p$}，{$p\in P^*$|动物$\succ p$}，{$p\in P^*$|两足$\succ p$}，{$p\in P^*$|无羽毛$\succ p$}}

我们要处理的语言包括个体常项集{Socrates，Plato}，一元关系集{human，mortal，teacher，student，animal，biped，featherless}，以及{[Socrates]，[Plato]}

我们给一个指派 $\mathfrak{a}$，令 $\mathfrak{a}$(Socrates)= $S^*$，$\mathfrak{a}$(Plato)= $B^*$；

$\mathfrak{a}$(human)=人^={$p\in P^*$|人$\succ$ $p$}，$\mathfrak{a}$(mortal)=会死^={$p\in P^*$|会死$\succ$ $p$}，$\mathfrak{a}$(teacher)={$p\in P^*$|教师$\succ$ $p$}，$\mathfrak{a}$(student)= {$p\in P^*$|学生$\succ$ $p$}，$\mathfrak{a}$(animal)= {$p\in P^*$|动物$\succ$ $p$}，$\mathfrak{a}$(biped)= {$p\in P^*$|两足$\succ$ $p$}，$\mathfrak{a}$(featherless)= {$p\in P^*$|无羽毛$\succ$ $p$}；

$\mathfrak{a}$([Socrates])=$i_{\text{Socrates}}$=恒等函数，把任意东西都映回这个东西自身；$\mathfrak{a}$([Plato])=$i_{\text{Plato}}$=常数函数，把所有个体映为 $B^*$，把 $Y$ 中所有的东西映为{$p\in P^*$|无羽毛$\succ$ $p$}。

这个语言可以表达的一些句子及在 $\mathfrak{I}$ 下的可满足关系：

| | |
|---|---|
| $\varphi_1$: Socrates is Socrates. | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_1$ iff $\mathfrak{a}$(Socrates)= $\mathfrak{a}$(Socrates) |
| $\varphi_2$: Socrates is a human. | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_2$ iff $\mathfrak{a}$(human)$\subseteq$ $\mathfrak{a}$(Socrates) |
| $\varphi_3$: Human are mortal. | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_3$ iff $\mathfrak{a}$(mortal)$\subseteq$ $\mathfrak{a}$(human) |
| $\varphi_4$: Socrates is mortal. | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_4$ iff $\mathfrak{a}$(mortal)$\subseteq$ $\mathfrak{a}$(Socrates) |
| $\varphi_5$: Socrates is Plato. | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_5$ iff $\mathfrak{a}$(Socrates)= $\mathfrak{a}$(Plato) |
| $\varphi_6$: [Socrates](Socrates is Plato). | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_6$ iff [Socrates]$^{\mathfrak{A}}$($\mathfrak{a}$(Socrates) )= [Socrates]$^{\mathfrak{A}}$($\mathfrak{a}$(Plato)) |
| $\varphi_7$: [Plato]( Socrates is Plato). | $\mathfrak{I}\vDash\varphi_7$ iff [Plato]$^{\mathfrak{A}}$($\mathfrak{a}$(Socrates) )= [Plato]$^{\mathfrak{A}}$($\mathfrak{a}$(Plato)) |

例 2：弗雷格谜题。

我承认一般化的弗雷格谜题是无解的。而这里我想谈的是怎么理解"一个句子包含信息内容"。在这种以性质为基础的语义下，"共指称（语义值）项"和"项的信息值不同"被这样理解：给定一个解释 $\mathfrak{I}$，如果有两个项 $t_1$ 和 $t_2$ 满足 $\mathfrak{I}\vDash t_1= t_2$，则称这两个项在这个解释下共指称（或语义值相同），但是如果同时存在个体常项 $c$，使得 $\mathfrak{I}\vDash \neg[c](t_1=t_2)$，则称这两个项信息值不同。

Hesperus is Hesperus 与 Hesperus is Phosphorus 包含的信息内容之所以不同，在这种语义的解释下就是因为存在某个认知主体，他（可能因为犯错、或知识不完全、或幻觉而）认为这两个名字指的是不同的对象。为什么 Hesperus is Hesperus 不传递新知识，而 Hesperus is Phosphorus 却传递新知识？因为人在理解语言时，如果不作特别说明，他会把语形相同的词看作具有同样的意思（语义值），而把语形不同的词看作是具有不同的意思。语形不同的词表达同样的意思（语义值），这才是 Hesperus is Phosphorus 传递新知识的原因。

如开篇所讨论的，以性质为根基，把个体看作是一些性质的聚合体的语义符合一定的直观，每当我们提及、回忆、设想某个个体时，我们所处理的其实是相关的性质而不是那个对象。这种语义看起来似乎是直接把专名等同于限定摹状词，认为专名是隐藏着的摹状词。的确我承认这种做法有相似之处，但是与摹状词理论不同的是，在这种性质语义中，不同的人可能会把一个专名关联到不同的性质上面去，这种关联是任意的；而如果认为专名是隐藏着的摹状词，则仍然会有一些关于这个专名的限制，使得专名和性质的关联并不是任意的。

此外这种语义直观上和人的推理也相符——人作推理是以他大脑中形成的相关概念为根据的，他并不会去检查实际的个体：例如从"人是动物，动物是会死的"作出推理得到"人会死"时，并不会有人真的去检查所有落在"人"这个概念下的对象，看看他们是不是真的落在"会死"这个概念下。我引入了 $i_c$ 这类函数，是为了表达人的概念；每个 $i_c$ 作用于相应的个体（性质），得到的结果是该个体（性质）在 $c$ 那个人大脑中所关联的概念，一切推理都基于这些概念所开展。对于首部不加[$c$]算子的公式，我的意图是用它们来表示绝对的、上帝式的主体眼中的世界。如果某个 $i_c$ 几乎是恒等函数，那么可以理解为 $c$ 这个人很客观、知识全面、看待事物最接近于它们的本来面目。

目前我所给出的语义还有这些方面没有考虑：

1， 如何处理 $n$ 元性质词？

2， 如何处理[]算子的迭代？

3， 如何处理模态算子？这一点涉及到对可能性的理解。就我目前的想法：

可能性是相对于人的设想能力而言的，不同的人的想象力不同，于是对于不同的人而言所谓的可能性也就不同；

而在某人眼中"某物是可能的、是一个可能个体"，实际上就是他能够设想把一些性质聚合在一起；"可能 $a$ 是 $p$"也就是他能够设想 $a$ 这个聚合体，而同时 $p$ 是 $a$ 的一个部分。

在这篇文章中我谈到了两种语义：论域基于个体的以及论域基于性质的，并谈到这些语义对弗雷格谜题的解决方法。我的主张有两点，1）论域基于性质的语义更符合直观，2）弗雷格谜题是无解的。