

# 一个关于常识推理的基础逻辑

周北海 毛翊

## 一、常识推理的志例与分析

直观上常识推理就是用到常识的推理。考虑到技术处理的方便,可以宽泛地将含有常识命题或常识句的推理称为常识推理。下面是一些常识推理的例子。

(1) 如果下雨则地湿,下雨,所以,地湿。

(2) 鸟会飞,特威蒂是鸟,所以,特威蒂会飞。

(3) 鸟会飞,特威蒂是鸟,但特威蒂不会飞,所以,特威蒂不会飞。

(4) 如果下雨则地湿,下雨并且刮风,所以,地湿。

(5) 贵格会教徒是和平主义者,共和党人不是和平主义者,尼克松是贵格会教徒,所以,尼克松是和平主义者。

(6) 贵格会教徒是和平主义者,共和党人不是和平主义者,尼克松是贵格会教徒,尼克松是共和党人,所以,尼克松是? (是不是和平主义者?)

(7) 鸟会飞,企鹅不会飞,特威蒂是鸟,特威蒂是企鹅,所以,特威蒂? (会飞还是不会飞?)

(8) 企鹅是鸟,鸟会飞,企鹅不会飞,特威蒂

是鸟,特威蒂是企鹅,所以,特威蒂不会飞。

(9) 如果下雨则地湿,如果地湿则路滑,下雨,所以,路滑。

(10) 如果下雨则地湿,如果地湿则路滑,所以,如果下雨则路滑。

(11) 如果卡特在 1979 年去世,那么他就不会在 1980 年的总统竞选中失败;如果卡特在 1980 年的竞选中没有失败,那么里根就不会在 1981 年当总统。所以,如果卡特在 1979 年去世,那么里根就不会在 1981 年当总统。

这些推理是研究常识推理通常会列举或考虑到的例子,有些还有专门名称,如例(6)称为尼克松菱形(Nixon Diamond),例(8)称为企鹅原则(Penguin Principle)。它们是测试一个逻辑是否为一个“好”的刻画常识推理的逻辑的试金石,称为志例<sup>②</sup>。研究常识推理,可以从分析志例开始,以通过或解释志例的种类等为研究成果的评判标准。

在上面的例子中,“鸟会飞”和“如果地湿则路滑”等是常识命题,“特威蒂是鸟”,“下雨”等是事实命题。常识命题中的“如果…则…”称为常识蕴涵。这些例子表现出常识推理的一些性质。

例(1)表明,从“ $\alpha$  常识蕴涵  $\beta$ ”和  $\alpha$ , 可以推出  $\beta$ 。我们将此类推理称为“常识蕴涵分离”。(如果限于命题逻辑的层次,例(2)也可看作常识蕴涵分离)。

例(3)表明在常识推理中,由事实命题直接得到的结论要优先于由常识分离得到的结论。在二者有冲突时,得到的是前者。这个性质称为“事实优先”。例(4)表明与常识分离无关的事实命题在常识推理中不起作用,例(5)表明与常识分离无关的常识命题在常识推理中不起作用,分别简称为“无关事实”和

<sup>①</sup> 本文所说的“常识推理”和“常识”分别对应于英文中的“default reasoning”和“default”。default reasoning 指的是用到或含有default的推理。default的意思有缺省(值)、默认(值)等。在推理中,default指的是推理中因具有常识性而被默认的东西。一个default,如“鸟会飞”,或者被作为一个因常识性而被默认的规则,或者被作为一个因常识性而被默认的前提(参见 2.1 节)。因此,default reasoning确切的意思是带默认因素(默认规则或默认前提)的推理。而这样的被默认的东西,就是人们的常识。所以default reasoning实际上就是用到常识的推理,即常识推理。我国一些文献将“default reasoning”按“default”字面意思直译为“缺省推理”,不能体现上述default reasoning的意思。

<sup>②</sup> 在英文中,这样的试金石称为“benchmark example”。“志例”是本文所给的中文翻译。

\* 本文得到教育部人文社会科学研究“十五”规划第一批研究项目(01JB720003)的资助。书生研究中心为本项研究举办过研讨会,特此致谢。

“无关常识”。

例(6)表明在常识推理中,在前提没矛盾、可以同真的情况下,在推理中的结论却出现了矛盾,导致推不出最终的结论。该例与例(5)合在一起,还说明原来可以推出的结论在增加前提后反倒推不出了,显示了常识推理的非单调性。(7)与(6)有相同的形式。但是对于(7)来说,我们会受“企鹅是鸟”这个隐前提的强烈影响,所以,我们对(7)所做的直观上的推理,实际上是(8)。

(8)是(7)增加一个前提的推理。说明当结论有矛盾时,在一定的情况下,还是可以推出某些结论的,而且不是依靠“矛盾推出一切”推出的结论。(8)还表明了常识推理对诸前提的依赖是不同的。该例所表明的是从关于相对特殊或具体对象的命题推出的结论优先。就“企鹅”和“鸟”来说,前者相对特殊些,具体些,所以从“企鹅不会飞”得到的“特威蒂不会飞”要优先于从“鸟会飞”得到的“特威蒂会飞”。该例所呈现的性质称为“特殊者优先”(specifcity)。类似于概念的外延与内涵的反比关系,外延小则内涵多,这一性质也可以称为“多信息优先”。

例(9)表明了常识蕴涵在常识蕴涵分离的推理中具有某种传递性,我们可以根据这种传递性推理。

(10)是常识蕴涵传递性的直接表达,称为“常识蕴涵的传递性”。但是(11)却表示了相反的性质。因为该推理不成立,说明(10)这样的传递性一般地不成立,即常识蕴涵不具有传递性。

从这些例子看,常识推理分为两类:从常识命题推出常识命题,如(10);从常识命题和事实命题推出事实命题,如(1)(2)(3)等,可以称为基于常识蕴涵分离的常识推理,也简称为常识蕴涵分离推理。常识推理的意义在于常识推理可以指导我们的日常行为,而能够实现这个指导作用,最终离不开常识蕴涵分离。在这个意义上,后一类推理更为重要。找出这类推理的规律,也是常识推理研究的最终目的。出于这一考虑,本文所讨论的是基于常识蕴涵分离的常识推理。

在常识推理中常识命题起着重要的作用。常识命题的性质决定了常识推理的性质。常识命题最重要的特点是具有某种一般性,正常性或通常性,即常识命题的成立是对一般情况来说的,或对正常情况、通常情况来说的,并不排斥特定情况下的反例。

例如,“鸟会飞”(鸟是会飞的),“地湿则路滑”等就是这样,指的是正常情况或通常情况下“鸟会飞”,“地湿则路滑”,并不排斥幼鸟不会飞,企鹅不会飞,以及在粗糙的硬路面上,地湿并不造成路滑等这些特定情况下的反例。因此,常识命题的成立不是绝对的,具有容忍反例的性质。这与数学命题不同。在数学中,对“如果 $\alpha$ 则 $\beta$ ”这样的命题,如果有一个反例,则该命题不成立。数学中的具有形式“S是P”的命题与此类似。所以,作为常识命题的“如果 $\alpha$ 则 $\beta$ ”应该是“如果 $\alpha$ 则在正常情况下 $\beta$ ”,“S是P”应该是“对任意的x,如果x是S,那么在正常情况下(或一般地)x是P”。这表明常识蕴涵不是古典逻辑的实质蕴涵或形式蕴涵,“鸟会飞”这样的常识命题不是古典逻辑处理的全称句。

常识命题的这种一般性、正常性,以及由此而来对反例的容忍性,导致常识推理有以下三个重要的特点:

(A) 正确常识推理的基本要求只能是前提真则结论可接受,不是前提真则结论真。

例如,在(1)中我们得到“特威蒂会飞”,而事实上,特威蒂可能因受伤而不会飞,也可能是企鹅而不会飞,如(4)中的特威蒂。在这些情况下,“特威蒂是鸟”和“鸟会飞”都是真的,但“特威蒂会飞”是假的。不过,尽管“特威蒂会飞”有可能是假的,但是,从“特威蒂是鸟”和“鸟会飞”通常我们还是接受“特威蒂会飞”这个结论。这也是我们平时进行常识推理的实际情况。前提真则结论真是我们所熟悉的关于正确推理的基本要求,但是对常识推理来说,我们却不得不放弃这个要求。原因就在于常识命题容忍反例,使得正确的常识推理不是,也无法做到,前提真则结论真,而只能是前提真则结论可接受。

(B) 前提真“结论”可能矛盾。

常识推理实际上是根据一般情况或正常情况从前提推出结论。既然常识命题容忍反例,就可能在反例的情况下产生矛盾。考虑例(6)。在该例中,“贵格会教徒是和平主义者”,“共和党人不是和平主义者”,是常识命题,说的是“贵格会教徒一般地来说是和平主义者”,“共和党人一般地来说不是和平主义者”,都不排斥反例。事实上尼克松可以是贵格会教徒而不是和平主义者,也可以是共和党人而是和平主义者,所以,(6)的前提可以都是真的。但是,

从(6)的前提“贵格会教徒是和平主义者”和“尼克松是贵格会教徒”，我们可以得出“尼克松是和平主义者”，从“共和党人不是和平主义者”和“尼克松是共和党人”，又可以得出“尼克松不是和平主义者”，这是矛盾的。

数学推理不会出现这样的情况。对数学推理来说，一组前提如果推出矛盾，那么该组前提就是矛盾的，从而有，前提是否矛盾，当且仅当，结论是否矛盾。但对常识推理来说，这点不成立，可以从一组不矛盾的前提中推出矛盾的结论。

根据特点(A)，常识推理的结论可能不真，而现在根据(B)，则有结论不可能真。“前提真结论矛盾”现象进一步说明正确的常识推理不能以“前提真则结论真”为标准。更严重的是，仅仅把正确常识推理的标准降低到前提真结论可接受，还不能解决常识推理的问题，因为矛盾总是不可接受的。因此，必须要有消解矛盾的方法，使得我们可以得到应有的结论，否则，因为在常识推理中矛盾是不可避免的，我们只能放弃常识推理。

实际上，不仅尼克松菱形的例子，按同样的方法，体现企鹅原则的例(8)和事实优先的例(3)等，都可以推出矛盾，尽管它们的前提都不矛盾。遇到矛盾还要推，这个“还要推”指的是，不是由矛盾可以推出任何命题的推，而是要从矛盾的结论中得出可接受的结论，这正是常识推理对我们来说最有意义和最重要的地方。这使得常识推理具有下面的特点。

(C) 在可能的情况下，可以消除矛盾，从矛盾的“结论”中得到可接受结论。

从上面的例子来看，除尼克松菱形外，在企鹅原则和事实优先例中，尽管也有矛盾，我们还是得到了应有的结论。但是，这仅仅是凭借直观，凭借我们暗中接受的一些原则或习惯。研究常识推理，就是要找出消除矛盾、得到可接受结论的一般性方法。如何处理常识推理中出现的矛盾，实现这一目的，是建立关于常识推理逻辑的关键。下面是关于这个问题的分析。

之所以产生矛盾，而又觉得应该可以消除或避免矛盾，是因为我们暗中用了两种推理：一种是根据部分前提的推理，并且把部分前提推出的结论看成全部前提推出的结论；一种是把全部前提看作一个整体，考虑到整个前提整体的推理。这两种推理

以下分别称为“局部推理”和“整体推理”。如果把推理理解为推出关系，相应地也就有局部推出和整体推出两种推出关系。我们熟悉的古典逻辑所刻画的推理或推出(关系)就是这里的局部推理或局部推出(关系)。

以企鹅原则为例说明这两种推理及其相互关系。在企鹅原则的前提中，从“鸟会飞”和“特威蒂是鸟”，可以推出“特威蒂会飞”；从“特威蒂是企鹅”，“企鹅不会飞”，可以推出“特威蒂不会飞”。注意这里的推出都是无矛盾的推出，即所推出的结论无矛盾。它们就是从部分前提得到的推理。如果我们还认为部分前提推出即全体前提推出，那么，从企鹅原则的这组前提既可推出“特威蒂会飞”，又可推出“特威蒂不会飞”，得出了矛盾的结论。所谓常识推理可能推出矛盾，也是指这个层次上的结论出现的矛盾。但是，从这整组前提来看，根据“特殊优先”的原则，我们通常只会得到“特威蒂不会飞”，不会得到“特威蒂会飞”。这两个局部推理的结论只有“特威蒂不会飞”是整个前提的最终结论，在这个层次上所谈论的结论并不矛盾。

这个例子说明，常识推理的(最终)结论是整体推出的结论。整体推出的结论首先是局部推出的结论。局部推出的结论并非一定是整体推理的结论。在局部推出的结论不矛盾的情况下，它们都是整体推理的结论，否则，就要去掉一些局部推理的结论，消除矛盾。消除矛盾后的局部推理结论是整体推出的结论。局部推理可能产生矛盾，整体推理消除矛盾。

下面用较为严格的方式进一步说明常识推理中这两个层次的推理及其相互关系。

设  $\Gamma$  是任一有穷前提集。

(I) (局部推出)  $\Gamma$  局部推出  $\alpha$ ，当且仅当， $\Gamma$  部分前提无矛盾地推出  $\alpha$ 。

(II) (整体推出)  $\Gamma$  整体推出  $\alpha$ ，当且仅当， $\alpha \in \text{CN}(\Gamma)$ 。

其中  $\text{CN}(\Gamma)$  是满足下面条件的集合：设  $\text{Cn}(\Gamma)$  是所有  $\Gamma$  局部推出的结论的集合。

(1) 如果  $\text{Cn}(\Gamma)$  没有矛盾，则  $\text{CN}(\Gamma) = \text{Cn}(\Gamma)$ ；

(2) 如果  $\text{Cn}(\Gamma)$  有矛盾，那么，有些局部推出的结论可以成为整体推出的结论，有些则要被去掉，不能成为整体推出的结论，即从  $\text{Cn}(\Gamma)$  得到其某个不矛盾的子集  $\Delta$ ， $\text{CN}(\Gamma) = \Delta$ 。

在个说明里，并没有指出如何去掉一些结论以消除矛盾，从而得到整体推理的结论集  $CN(\Gamma)$ 。解决这个问题需要对各种前提集的具体情况作具体分析，是最终建立关于常识推理的逻辑的关键。目前我们的分析旨在发现常识推理的基本性质，给出研究的基本框架，所以在这里我们略去对这个问题的分析与讨论。

将常识推理分为基于常识蕴涵分离的推理和从常识命题到常识命题的推理两种类型，又将基于常识蕴涵分离的推理分为局部推和整体推两个层次，最后的关键在于消除矛盾，得到可接受的结论，这是我们对于常识推理分析后得出的关于建立常识推理逻辑的基本看法，也是下一步形式化研究的起点。

由于篇幅限制，本文将只考虑建立局部推理的逻辑，并且是基于常识蕴涵分离的这类常识推理的局部推理逻辑，这就是所谓关于常识推理的基础逻辑。我们将在这个逻辑的基础上，进一步给出整体推理形式处理。

在以上分析中，我们将常识命题与数学命题相对照以说明常识推理的性质。通常的数学推理即古典逻辑意义下的推理，是单调逻辑的典型。常识推理是非单调推理中重要的一支，在许多情况下，也直接作为非单调推理而被谈论。因此，这里的分析对一般意义上的非单调逻辑研究也有一定的意义。

## 二、从直观分析到形式化

前面对常识推理进行了直观分析。这个分析是常识推理形式化的基础。形式化包括形式语义和语法两方面内容，而不仅是符号化。从前面的直观分析到形式化的具体完成还有一定的距离，需要进一步的分析与说明。

常识推理是含有常识命题或常识句的推理，所以常识推理的形式化主要有两个问题：(1)常识命题或常识句的形式化；(2)相应于常识推理的推出关系的形式化。根据前面的说明，这里只考虑常识蕴涵分离的形式化，以及在这个基础上的局部推出的形式处理。

### 2.1 常识或常识命题的形式化

常识命题的形式化是所有常识推理的研究都必须首先考虑的问题。因为不同的观点和技术手段使用，不同的研究对此有不同的形式化结果。现有的研究可以分为两类：第一类，认为常识推理中的“常

识”(default)是推理中的规则，不是前提。规则与前提的最大不同在于前提是命题，有真值，而规则不是命题，没有真值。因此常识推理的关键只是如何正确使用这些规则(Reiter, pp.81-132)。第二类，认为“常识”是命题。在这类研究中，对常识命题又有两种不同的技术处理：(1)在一阶逻辑基础上，通过增加谓词“不正常”(记作  $ab$ )处理常识命题。例如，“鸟会飞”在这种处理下的形式是

$$\forall x(B(x) \wedge \neg ab(x) \rightarrow F(x)),$$

即对任意的  $x$  来说，如果  $x$  是鸟，并且  $x$  不是不正常的，那么  $x$  会飞。(参见 Lifschitz, 1986, pp. 17-27; 1988, pp. 179-193; 1989, pp. 109-160; McCarthy, 1980, pp. 27-39, 171-172; 1986, pp. 27-39.) (2)以模态逻辑和条件句逻辑为基础，将常识命题分析为某种条件句意义下的蕴涵命题，并以条件句逻辑中的选择函数语义作为它的形式语义。这一般称为(关于常识推理的)模态逻辑和条件句逻辑方向下的研究。该研究所用的形式化方法可以称为对常识命题的条件句式的形式化。(参见 Asher and Morreau, pp. 387-392; Delgrande, 1987, pp. 105-130; 1988, pp. 63-90; Mao, pp.35-102; Morreau, pp.52-205; Pelletier and Asher, pp. 1125-1177) 下面对条件句式的形式化作一些说明。

从前面的常识推理的例子可以看出，常识命题或常识句有两类，一类直接表达为蕴涵命题，例如，“如果下雨则地湿”，其形式为“如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”；另一类表达为某种全称命题，例如，“鸟会飞”。“鸟会飞”通常也可以看成，“(对任意的个体  $x$ )，如果  $x$  是鸟，那么  $x$  会飞。”在命题逻辑的层次，略去量词，谓词和个体词的细节，我们可以将“鸟会飞”这样的命题抽象成形如“如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”的蕴涵命题。这样，在命题逻辑层次，常识命题就有了统一形式：如果  $\alpha$  则  $\beta$ 。

条件句逻辑通常用  $\rightarrow$  表示条件句中的蕴涵，称为条件蕴涵。在条件句逻辑中，“如果下雨则地湿”形式化为  $p \rightarrow q$ <sup>⑤</sup>。当然，重要的不是用什么符号来表示这个蕴涵，而是该蕴涵的意思究竟是什么，即  $\rightarrow$  的语义解释是什么。

条件蕴涵可以用可能世界语义解释。根据不同

---

<sup>⑤</sup> 按上面的说明，“鸟会飞”也可以形式化为  $p \rightarrow q$ 。当然，这不是其精确的形式化。

的直观基础和考虑，又形成了一些有所不同的形式语义。其中的一种建立在这个直观上：

A. “如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”在可能世界  $w$  上真，意思是，相对于  $\alpha$ （或  $\alpha$  为真的世界）来说，与  $w$  最为相似的世界都是  $\beta$  真的世界。

以下将  $\alpha$  为真的世界集记作  $\|\alpha\|$ 。相应地， $\alpha$  在可能世界  $w$  上真，即  $w \in \|\alpha\|$ 。

相对于  $\alpha$ （或  $\alpha$  为真的世界集）来说，与  $w$  最为相似的世界集，设其为  $Z$ ，是以可能世界和句子（或可能世界集）为变目的函数，通常记作  $*$ ，在其变元取值为  $w, \alpha$ （或  $\|\alpha\|$ ）时的值，即  $*(w, \alpha) = Z$ ，或者， $*(w, \|\alpha\|) = Z$ 。于是，A 可以表达为：

B.  $w \in \|\alpha > \beta\|$ ，当且仅当， $*(w, \alpha) \subseteq \|\beta\|$ ，或者，

B'.  $w \in \|\alpha > \beta\|$ ，当且仅当， $*(w, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$

B 和 B' 分别以句子和可能世界集为函数的变目。在条件句逻辑中，这两种解释都有。关于常识命题的解释，以后我们只用 B'。

$*$  是个抽象的函数。从其本身来看，它对任意给定的  $w$  和  $\alpha$ （或者  $\|\alpha\|$ ）去选一集相应的可能世界。这个函数因此而称为选择函数（selection function），由此得到的整个语义也称为选择函数语义。但是 B 及 B' 与 A 有一定的距离。它们还不能完全表现出由  $*$  所选出的世界具有 A 中所说的“相似”性。这需要通过对该函数增加相应条件或性质要求才能体现。限于目前这一层次，它还仅仅是个选择，而没有选择的根据。在这个意义上， $*$  只是个空洞的函数。这种空洞性虽然一方面使得它在解释条件蕴涵上还不够充分，但是另一方面也使得这种语义有较大的适用性。

对条件句（反事实条件句）来说，“如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”说的是，在当下的世界  $w$  上看，尽管  $\alpha$  不真，但是，在  $\alpha$  真而  $w$  的其他情况都尽可能保持不变的世界  $w'$  上，或者，在  $\alpha$  真而其他情况都尽可能与  $w$  相同的世界  $w'$  上，都有  $\beta$  真。其中，“尽可能保持不变”和“尽可能相同”说的就是可能世界的相似性。所以直观上，对条件蕴涵，选择函数根据与当下世界的相似性去选可能世界。而对常识句来说，“如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”说的是，在正常情况下“如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”，或者“如果  $\alpha$ ，则在正常情况下  $\beta$ ”，因此，在这里，选择函数直观上是相对于  $w$  和  $\|\alpha\|$  去选一集正常的可能世界。类似地，选出的是否就是正常世界，仅在 B 和 B' 中还看不出来，也将在选择函数上增加相应

的条件或性质要求来体现。

在以上两类三种方法中，我们赞成第三种。首先，在“常识”是命题还是规则的问题上，我们同意“是命题”的观点与分析，这在直观上更合理。实际上，当我们将常识推理看作含有“常识命题”的推理时，就已接受了这一观点。其次，同是在这个观点下，就(1)和(2)两种处理来看，(1)是用正常个体体现常识命题的正常性，(2)是用正常世界体现常识命题的正常性，后者有两个优点：第一，可能世界的解释具有某种内涵性。常识命题中的蕴涵具有内涵性，而一阶逻辑中的蕴涵是外延的，所以用可能世界语义解释常识命题更符合直观。第二，可以直接解释常识命题中的蕴涵，而不必通过个体词和谓词，因而具有良好的层次性，可以使我们在命题逻辑层次上研究常识推理，以及在命题逻辑的基础上，再通过增加个体词、谓词等，在谓词逻辑层次上的研究常识推理。

但是，以往的研究，包括我们所赞成的第三种，都不直接接受常识蕴涵分离，尽管最终都不可避免地要解决这个问题。我们的研究属于模态逻辑和条件句逻辑方向下的研究。如何把条件句的形式化用到这类推理上，需要新的直观基础和形式处理。我们的研究，包括基于常识蕴涵分离的常识推理以及整体推理和局部推理的概念的提出，都是以这个问题为中心的。

## 2.2 关于常识推理的形式化

这里所说的“常识推理”是基于常识蕴涵分离的常识推理，并且是常识推理中的局部推理。

对基于常识蕴涵分离的常识推理来说，常识蕴涵分离是常识推理最基本的推理方式。这不是从词义分析的角度来说的，而是常识蕴涵分离是这类推理最基本的推理单元，在常识蕴涵分离的基础上，通过增加其他推理规律，构成了各种复杂或复合的常识推理。

从前面的例子来看，根据常识命题条件句式的形式化，这些例子可以初步形式化为：

- $p, p > q / q$  (常识分离, 例(1)(2))
- $\neg q, p, p > q / \neg q$  (事实优先, 例(3))
- $r, p, p > q / q$  (无关事实, 例(4))
- $p, p > q, r > s / q$  (无关常识, 例(5))
- $p, q, p > \neg r, q > r / ?$  (尼克松菱形, 例(6)(7))
- $p, q, p > q, p > \neg r, q > r / \neg r$  (企鹅原则, 例(8))

$p, p > q, q > r / r$  (传递性, 例(9))

其中  $/ ?$  表示至此我们还不完全明确的推出关系。

从这些例子看, 无关事实和无关常识推理可看成对常识蕴涵分离增加与该分离无关前提的推理。

尼克松菱形可看作两个常识蕴涵分离 ( $p, p > \neg r / \neg r$  和  $q, q > r / r$ ) 的组合。只是这两个分离合起来出现了结论矛盾, 在直观上我们只好都不接受。在这个基础上, 如果再增加常识命题  $p > q$ , 这表明  $p$  要比  $q$  更具体, 例如, 当  $p > q$  表示“企鹅是鸟”时, 企鹅要比鸟更特殊, 因而更具体, 于是, 在有前提“特威蒂是鸟”而又有“特威蒂是企鹅”的情况下, 我们应接受关于企鹅的常识, 用前提中的  $p, p > \neg r$  部分, 经分离得出  $\neg r$ , 即得出“特威蒂不会飞”结论。这就是企鹅原则。

常识传递性可以看成在常识分离上增加常识命题  $q > r$ , 并且用第一次常识分离得到的  $q$  再与  $q > r$  作一次常识分离得到的推理。

事实优先说明由常识分离得到的结论的可接受性弱于已有事实的可接受性。事实优先可以由  $\alpha/\alpha$  得到, 即对任意前提, 常识推理总可以由  $\alpha$  推出  $\alpha$ 。“从  $\alpha$  推出  $\alpha$ ”虽然是常识推理中要用到的一种形式, 但是应该地说, 这不是用常识命题的推理, 不反映常识推理的最重要的特有性质。

根据以上分析, 我们可以得出, 常识推理以常识蕴涵分离为基础。所以, 常识推理的形式化首先应考虑常识蕴涵分离的形式化。

常识蕴涵分离的形式化涉及到两个问题: 1. 只从常识蕴涵分离的前提和结论的关系看这种推出的性质; 2. 当整个前提中还含有其他前提时, 某步常识蕴涵分离的推出和其他前提推理的关系。

由于常识推理有可能推出矛盾, 关于矛盾的处理是常识推理研究的关键, 问题 2 一直是常识推理研究的困难所在。因为不能在推理之前就保证任何单独一步推理的结论一定与其他结论不矛盾, 所以, 在“一步一查”式的处理中, 常识蕴涵分离一般地不成立。而“一步一查”式的处理几乎是迄今为止所有常识推理研究的共同选择, 所以, 常识蕴涵分离一般地不被接受。

现在, 在对常识推理分层的观点和处理下, 可以限定于局部推理, 只考虑用部分前提的推出, 不需要一致性检查, 也就是说, 不论是否还有其他前提, 只要有如果  $\alpha$  则  $\beta$  和  $\alpha$  就可以推出  $\beta$ , 因此,

常识蕴涵分离是一个推理的规律。这使得我们可以暂时避开问题 2, 在接受常识蕴涵分离的情况下, 只考虑问题 1。

### 2.3 常识蕴涵分离的形式化

分离推理指的是: 从如果  $\alpha$  则  $\beta$  和  $\alpha$  推出  $\beta$ , 在逻辑入门教材中称为“充分条件假言推理的肯定前件式推理”。它的一般形式是:

如果  $\alpha$  则  $\beta$

$\alpha$

—————  
 $\beta$

或者

如果  $\alpha$  则  $\beta$ ;  $\alpha/\beta$

其中的横线或斜线表示推出。根据不同的蕴涵“如果…则…”, 得到的推出  $/$  是不同的。如果这里的“如果…则…”是实质蕴涵, 那么,  $/$  也是实质蕴涵, 因为它也满足如果前件真则后件真。因此我们可以用公式  $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$  表达这种推理形式。其中前后两个  $\rightarrow$  有所不同。前者是一般意义上的实质蕴涵, 后者是总成立的实质蕴涵, 通常又称为重言蕴涵, 所以  $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$  是重言式。其他蕴涵也有类似情况。如果其中的“如果…则…”是常识蕴涵, 相应的推出是什么, 怎么形式化? 这就是我们当前的问题。

作为常识命题的“如果  $\alpha$  则  $\beta$ ”是说“如果  $\alpha$  则在正常情况下  $\beta$ ”, 因此, 常识蕴涵分离首先应该有如下形式:

C. 从  $\alpha$  和如果  $\alpha$  则在正常情况下  $\beta$ , 推出  $\beta$ 。

我们认为, 既然进行分离时所依赖的蕴涵是在正常情况下才成立的蕴涵, 那么, 这个分离也应该是在正常情况下才成立的分离, 所以, 常识分离的一般形式是:

D. 从  $\alpha$  和如果  $\alpha$  则在正常情况下  $\beta$ , 在正常情况下推出  $\beta$ 。

这又可以看成:

E. 若  $\alpha$  并且如果  $\alpha$  则在正常情况下  $\beta$ , 那么在正常情况下  $\beta$ 。

这说明, 依据正常情况下成立的蕴涵关系得到的推出关系, 其本身也是在正常情况下成立的蕴涵关系。因此, 我们可以考虑用常识蕴涵表示常识分离。根据上面的分析, “如果  $\alpha$  则在正常情况下  $\beta$ ”可以形式化为  $\alpha > \beta$ , 相应地, D 或 E 应形式化为

$(\alpha \wedge (\alpha > \beta)) > \beta$

该公式中 $\succ$ 的两个出现的意义有所不同。前者是普通的常识蕴涵，后者是体现常识蕴涵分离的常识蕴涵。这与关于实质蕴涵的逻辑规律 $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$ 类似。

再考虑语义方面的特点。

从形式上看， $(\alpha \wedge (\alpha \succ \beta)) \succ \beta$ 是关于联结词 $\succ$ 的嵌套公式。在条件句逻辑中，尽管在形式上有这样的公式，但并不需要考虑这类公式的有效性，而现在则是必须解决的问题。如果常识蕴涵分离是常识推理的一个推理规律，那么一个能够合理解释常识推理的语义，必须要使得该公式有效。

在可能世界语义学中，一个公式 $\alpha$ 有效，即 $\alpha$ 在所有世界上真，可以表示成 $\|\alpha\| = W$ 。再根据前面的分析，对常识蕴涵应有语义解释： $w \in \|\alpha \succ \beta\|$ ，当且仅当， $\ast(w, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$ 。出于这两点考虑，设想如果我们有函数 $f(X, Y)$ ，它的第一个变目也是可能世界的集合，即 $X \subseteq W$ ，并且满足

$X \subseteq \|\alpha \succ \beta\|$ ，当且仅当， $f(X, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$

那么我们就可以用该函数表达常识蕴涵句的有效性，即

$\alpha \succ \beta$ 有效，当且仅当， $f(W, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$ 。

这一函数有两个性质：

1. 对任意的公式 $\alpha, \beta$ ， $f(\|\alpha \succ \beta\|, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$ 。这可以理解为根据常识 $\|\alpha \succ \beta\|$ 和命题 $\|\alpha\|$ 选出的正常世界都是 $\beta$ 为真的世界，符合我们关于常识推理的直观。

2. 当 $X$ 为单元集 $\{w\}$ 时有

$\{w\} \subseteq \|\alpha \succ \beta\|$ ，当且仅当， $f(\{w\}, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$

因此，函数 $\ast$ 也可以看成函数 $f$ 在其第一个变目为单元集时的特例。

$(\alpha \wedge (\alpha \succ \beta)) \succ \beta$ 还说明常识蕴涵具有性质：如果推理所依赖的蕴涵（公式中的第一个蕴涵）是什么蕴涵，那么由此得到的推出也是什么蕴涵，而且是有效的蕴涵。这个性质可以用函数 $f$ 表示为：

若 $f(X, \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$ ，则 $f(W, X \cap \|\alpha\|) \subseteq \|\beta\|$ 。

函数 $f$ 也是一种选择函数，为与原来条件句逻辑中的选择函数 $\ast$ 相区别，我们可以称其为集选择函数（从世界集出发的选择函数）。相应地，函数 $\ast$ 可以称为点选择函数（从点即单个世界出发的选择函数）。集选择函数将点选择函数的第一个变目从单个的可能世界提升为集合，不仅更符合关于常识推理的直观，而且在技术处理上也更为简洁，因此，我们可以用集选择函数给出基于常识蕴涵分离逻辑

的形式语义。考虑到集选择函数 $f$ 与点选择函数 $\ast$ 的联系与区别，这个函数以后记为 $\circledast$ 。

如果只是在语义上考虑问题，而不依赖于语言，那么，适于 $C_{MP}$ 的语义，或满足以上分析的语义，可以由下面 $\circledast$ 的三个性质得到。

(1) 任 $X' \subseteq X$ ，若 $\circledast(X, Y) \subseteq Z$ ，则 $\circledast(X', Y) \subseteq Z$ ；

(2) 如果对 $X$ 中任意的 $w$ 都有 $\circledast(\{w\}, Y) \subseteq Z$ ，则 $\circledast(X, Y) \subseteq Z$ ；

(3) 对任意的 $X \subseteq W$ ，如果 $\circledast(X, Y) \subseteq Z$ ，则 $\circledast(W, X \cap Y) \subseteq Z$ 。

我们将在下一节用集选择函数 $\circledast$ 给出基于常识蕴涵分离逻辑的形式语义。这些性质是该形式语义必须具有的基本条件。

#### 2.4 局部推出的逻辑刻画

局部推出是一种推理，指的是把部分前提推出的结论看成全部前提推出的结论。从形式上说，设 $\Gamma$ 是任一有穷公式集， $\Gamma$ 的部分前提推出 $\alpha$ ，即存在子集 $\Gamma'$ ， $\Gamma'$ 推出 $\alpha$ 。于是，所谓 $\Gamma$ 局部推出 $\alpha$ ，即如果存在 $\Gamma$ 的子集 $\Gamma'$ ， $\Gamma'$ 推出 $\alpha$ ，那么 $\Gamma$ 推出 $\alpha$ 。

这里的推出指的是基于常识蕴涵分离的推出。上面的分析说明，这个推出本身也是常识蕴涵，因此我们可以将“ $\Gamma'$ 推出 $\alpha$ ”形式化为 $\wedge \Gamma' \succ \alpha$ <sup>④</sup>。于是， $\Gamma$ 局部推出 $\alpha$ 可以表示为：

F. 如果存在 $\Gamma$ 的子集 $\Gamma'$ ， $\wedge \Gamma' \succ \alpha$ ，则 $\Gamma \succ \alpha$ 。

这表明，局部推出是单调的。另外，F的逆命题显然成立，因此我们实际上有：

G.  $\wedge \Gamma \succ \alpha$ ，当且仅当，存在 $\Gamma$ 的子集 $\Gamma'$ ， $\wedge \Gamma' \succ \alpha$ 。

考虑到推理的正确性，逻辑性，我们还有：

H. “ $\Gamma$ 局部推出 $\alpha$ ”是一个正确的推理，或 $\Gamma$ 逻辑地局部推出 $\alpha$ ，当且仅当， $\wedge \Gamma \succ \alpha$ 是局部推出的一个逻辑规律。

“逻辑地局部推出”是个抽象概念，而实际上的推出总是依据或在某个具体的逻辑下的推出。所以，对于H，我们还可以有更精确的表述：

I. 设 $L$ 是某个局部推出的逻辑。 $\Gamma L$ -推出 $\alpha$ ，当且仅当， $\wedge \Gamma \succ \alpha$ 是 $L$ 中的一个规律。

设 $L$ 是一个逻辑，我们可以用语义和语法两个方法刻画或表达 $L$ 。在语义上，一个逻辑通常我们可以用一个形式语义下的全体有效公式来表达。设

<sup>④</sup>  $\Gamma$ 是有穷公式集。 $\wedge \Gamma$ 表示 $\Gamma$ 中所有公式的合取。

$Sem(L)$ 是刻画 $L$ 的语义。 $Sem(L)$ 的全体有效式就是 $L$ 。在语法上, 设 $S(L)$ 是刻画 $L$ 的形式系统, 那么,  $S(L)$ 的定理集就是 $L$ 。于是, 所谓 $\Gamma, L$ -局部推出 $\alpha$ , 从语法的方面看就是  $\vdash_{S(L)} \wedge \Gamma > \alpha$ 。

研究关于局部推出的逻辑, 同其他逻辑一样, 也可从极小逻辑开始, 通过增加公理等, 得到相应的系列逻辑。我们的定位是基于常识蕴涵分离的局部推理, 因此, 关于这种推理的逻辑至少满足两个条件: (1)有规律 $(\alpha \wedge (\alpha > \beta)) > \beta$ ; (2)单调的, 即该逻辑有性质: 如果 $\alpha > \beta$ 是 $L$ 的规律, 那么 $(\alpha \wedge \gamma) > \beta$ 也是。

设 $P[(n)]$ 表示例(n)前提的公式集,  $C[(n)]$ 表示例(n)结论的公式。如果 $\wedge P[(n)] > C[(n)]$ 是 $L$ 的一个规律, 则称 $L$ 通过例(n)。不难验证, 满足上面两个条件的逻辑 $L$ 可以通过例(1), (2), (4), (5), (8)。例如,  $P[(5)] = \{p, p > q, r > s\}$ ,  $C[(5)] = q$ 。由条件(1),  $L$ 有规律 $\wedge \{p, p > q\} > q$ 。又 $L$ 有单调性, 所以,  $\wedge \{p, p > q, r > s\} > q$ 也是 $L$ 的规律。因此, 例(5)是这个逻辑下的正确推理。

应说明, 通过例(3)需要接受 $\alpha > \alpha$ , 通过例(4)需要接受某种传递性。现在我们只考虑基于常识蕴涵分离的局部推理的极小逻辑, 例(3)和例(4)将来可以在这个极小逻辑上增加公理得到。

还要说明, 仅仅根据这个逻辑, 对于例(8), 我们既可得到“特威蒂不会飞”, 也可得到“特威蒂会飞”, 对于例(6), 我们既可以得到“尼克松是和平主义者”, 也可以得到“尼克松不是和平主义者”, 这需要在整体推理的阶段消除矛盾。

至此我们基本完成从直观上的常识推理到形式化的过渡。下面两节分别给出形式语言和形式语义, 以及该语义下的极小逻辑及其形式系统。

### 三、形式语言与形式语义

本文所用的形式语言记作 $L$ 。 $L$ 有可数无穷多个变元符号, 常项符号 $\perp$ , 联结词 $\rightarrow$ 和 $>$ 。 $L$ 公式定义如常。其中所有原子公式的集合记作 $P(L)$ 。所有 $L$ -公式的集合记作 $F(L)$ 。语法符号 $p, q, r$ 等表示任意的原子公式,  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varphi, \psi$ 等表示任意的公式。 $\Gamma, \Phi$ 等表示任意的公式集。被定义符号有 $\top, \neg, \wedge, \vee, \Leftrightarrow$ 。括号的省略按如下顺序:  $\neg, \wedge, \vee, >, \rightarrow, \Leftrightarrow$ 。

**定义 3.1** 一个框架是一个二元组 $\langle W, \otimes \rangle$ , 其中 $W$ 是非空集,  $\otimes : P(W) \rightarrow P(W)$  是一个函数,

满足: 对 $W$ 的任意子集 $X, Y, Z$ ,

(1)如果 $X \subseteq X'$ , 则  $\otimes(X, Y) \subseteq \otimes(X', Y)$ ;

(2)如果对 $X$ 中任意的 $w$ 都有 $\otimes(\{w\}, Y) \subseteq Z$ , 则  $\otimes(X, Y) \subseteq Z$ ;

(3)如果 $\otimes(X, Y) \subseteq Z$ , 则 $\otimes(W, X \cap Y) \subseteq Z$ 。

**命题 3.1** 设 $\langle W, \otimes \rangle$ , 是任意的框架,  $X, Y, Z$ 是 $W$ 的任意子集。

(1)任给 $X \subseteq X'$ , 任给 $Z$ , 如果 $\otimes(X', Y) \subseteq Z$ , 则  $\otimes(X, Y) \subseteq Z$ 。

(2)如果 $\otimes(X, Y) \subseteq Z$ , 则对任 $w \in X$ ,  $\otimes(\{w\}, Y) \subseteq Z$ 。

(3)对任 $w \in X$ ,  $\otimes(\{w\}, Y) \subseteq Z$ , 当且仅当,  $\otimes(X, Y) \subseteq Z$ 。

其中(1)是定义 3.1(1)的等价形式。(2)由定义 3.1(1)可得。(3)由(2)和定义 3.1(2)可得。

**命题 3.2** 设 $\langle W, \otimes \rangle$ 是任意的框架,  $Y$ 是 $W$ 的任意子集。对任意的指标集 $I$ ,

(1) $\otimes(\cup \{X_i : i \in I\}, Y) \subseteq \cup \{\otimes(X_i, Y) : i \in I\}$ 。

(2)对任意子集 $Z$ , 如果对任 $i \in I$ ,  $\otimes(X_i, Y) \subseteq Z$ , 则 $\otimes(\cup \{X_i : i \in I\}, Y) \subseteq Z$ 。

**证** (1)和(2)等价。

只证(2)。设有 $Z$ ,  $\otimes(\cup \{X_i : i \in I\}, Y) \not\subseteq Z$ 。由定义 3.1(2), 有 $w^* \in \cup \{X_i : i \in I\}$ ,  $\otimes(\{w^*\}, Y) \not\subseteq Z$ 。因 $w^* \in \cup \{X_i : i \in I\}$ , 所以存在 $i^* \in I$ ,  $w^* \in X_{i^*}$ 。再由命题 3.1(2),  $\otimes(X_{i^*}, Y) \not\subseteq Z$ 。■

**定义 3.2** 一个模型是一个三元组 $\langle W, \otimes, \sigma \rangle$ , 其中 $\langle W, \otimes \rangle$ 是一个框架,  $\sigma$ 是一个从原子公式集到 $W$ 的幂集的映射, 即 $\sigma : P(L) \rightarrow P(W)$ 。

**定义 3.3** 设 $M = \langle W, \otimes, \sigma \rangle$ , 是任一模型,  $\varphi$ 是任一公式,  $\|\varphi\|^M$ 是满足如下条件的集合:

(1) $\perp \|^M = \emptyset$

(2) $\|p\|^M = \sigma(p)$

(3) $\|\alpha \rightarrow \beta\|^M = (W - \|\alpha\|^M) \cup \|\beta\|^M$

(4) $\|\alpha > \beta\|^M = \cup \{X \subseteq W : \otimes(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\}$

设 $M = \langle W, \otimes, \sigma \rangle$ 是任一模型,  $W$ 记为 $W_M$ 。

**命题 3.3** 设 $M$ 是任意的模型,  $X$ 是 $W_M$ 的任意子集,  $\alpha$ 和 $\beta$ 是任意的公式。

(1) $\otimes(\|\alpha > \beta\|^M, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M$ 。

(2) $X \subseteq \|\alpha > \beta\|^M$ , 当且仅当,  $\otimes(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M$ 。

**证** 证(1)。由定义 3.3(4),

$\otimes(\|\alpha > \beta\|^M, \|\alpha\|^M)$

$= \otimes(\cup \{X \subseteq W : \otimes(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\}, \|\alpha\|^M)$ 。

由命题 3.2(1),

$$\begin{aligned} & \textcircled{*}(\cup \{X \subseteq W: \textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\}, \|\alpha\|^M) \\ & \subseteq \cup \{\textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M): \textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\}. \end{aligned}$$

又

$$\cup \{\textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M): \textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\} \subseteq \|\beta\|^M,$$

所以,  $\textcircled{*}(\|\alpha>\beta\|^M, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M$ .

证(2)。设  $X \subseteq \|\alpha>\beta\|^M$ 。由定义 3.3(4),

$$X \subseteq \cup \{X' \subseteq W: \textcircled{*}(X', \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\}.$$

因此, 对任意的  $w \in X$ , 有

$$w \in \cup \{X' \subseteq W: \textcircled{*}(X', \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M\}.$$

由命题 3.1(2),

$$\textcircled{*}(\{w\}, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M.$$

再由定义 3.1(2),

$$\textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M.$$

另一方面显然, 从略。■

**命题 3.4** 设  $M$  是任意的模型。

$$(1) \|T\|^M = W_M$$

$$(2) \|\neg\alpha\|^M = W_M - \|\alpha\|^M$$

$$(3) \|\alpha \wedge \beta\|^M = \|\alpha\|^M \cap \|\beta\|^M$$

$$(4) \|\alpha \vee \beta\|^M = \|\alpha\|^M \cup \|\beta\|^M$$

由符号定义和定义 3.3 可得。证明从略。

**定义 3.4** 设  $M$  是任一模型,  $X$  是  $W_M$  的任一非空子集,  $\alpha$  是任一公式。  $M \models_X \alpha$ , 当且仅当,  $X \subseteq \|\alpha\|^M$ 。

**命题 3.5** 设  $M$  是任一模型,  $X$  和  $w$  分别是  $W_M$  的任一子集和任一元素。

$$(1) M \models_X \neg\alpha, \text{ 当且仅当, } X \cap \|\alpha\|^M = \emptyset$$

$$(2) M \models_X \alpha \wedge \beta, \text{ 当且仅当, } M \models_X \alpha \text{ 并且 } M \models_X \beta.$$

$$(3) M \models_{\{w\}} \alpha \vee \beta, \text{ 当且仅当, } M \models_{\{w\}} \alpha \text{ 或者 } M \models_{\{w\}} \beta.$$

$$(4) M \models_{\{w\}} \alpha \rightarrow \beta, \text{ 当且仅当, 如果 } M \models_{\{w\}} \alpha \text{ 则 } M \models_{\{w\}} \beta.$$

$$(5) M \models_X \alpha > \beta, \text{ 当且仅当, } \textcircled{*}(X, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M.$$

**命题 3.6** 对任意的  $X \subseteq W_M$ ,  $M \models_X \alpha \rightarrow \beta$ , 当且仅当,  $X \cap \|\alpha\|^M \subseteq \|\beta\|^M$ 。特别地,  $M \models_{W_M} \alpha \rightarrow \beta$ , 当且仅当,  $\|\alpha\|^M \subseteq \|\beta\|^M$ 。

**命题 3.7** 设  $M$  和  $\alpha$  分别是任意的模型和公式,  $M \models_{W_M} \alpha$ , 当且仅当, 对任意的  $w \in W_M$ ,  $M \models_{\{w\}} \alpha$ 。

**定义 3.5** 设  $\alpha$  是任意的公式。  $\alpha$  是有效的, 记作  $\models \alpha$ , 当且仅当, 对任意的模型  $M$ ,  $M \models_{W_M} \alpha$ , 又记作  $M \models \alpha$ 。

**定义 3.6** 设  $\alpha$  是任意的公式。  $\alpha$  是可满足的,

当且仅当,  $\neg\alpha$  不是有效的。

**定理 3.1** 下列公式都是有效的。

(1) 所有重言式。

$$(2) (\alpha \wedge (\alpha > \beta)) > \beta$$

$$(3) (\alpha > (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha > \beta) \rightarrow (\alpha > \gamma))$$

**定理 3.2** 设  $M$  是任意的模型。

(1) 如果  $M \models \alpha$ ,  $M \models \alpha \rightarrow \beta$ , 则  $M \models \beta$ 。

(2) 如果  $M \models \beta \Leftrightarrow \gamma$ , 则  $M \models (\beta > \alpha) \Leftrightarrow (\gamma > \alpha)$ 。

(3) 如果  $M \models \beta$ , 则  $M \models \alpha > \beta$ 。

(4) 如果  $M \models \alpha > \beta$ , 则  $M \models \alpha \wedge \gamma > \beta$ 。

以上两定理可由常规方法证明, 从略。

以上给出了语言  $L$  的一个形式语义。根据前面的分析, 设  $L_0 = \{\alpha \in F(L): \models \alpha\}$ ,  $L_0$  即关于局部推出层次上的基于常识蕴涵分离的常识推理的极小逻辑。下面给出  $L_0$  的形式系统。

## 四、形式系统 $M$

公理模式

$P_L$  所有重言式;

$$C_K \quad (\alpha > (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha > \beta) \rightarrow (\alpha > \gamma));$$

$$C_{MP} \quad (\alpha \wedge \alpha > \beta) > \beta.$$

初始规则

MP 从  $\alpha$  和  $\alpha \rightarrow \beta$  可得  $\beta$  (分离);

$R_{CEA}$  从  $\beta \Leftrightarrow \gamma$  可得  $(\beta > \alpha) \Leftrightarrow (\gamma > \alpha)$  (前件等值置换);

$R_N$  从  $\beta$  可得  $\alpha > \beta$  (正常化规则);

$R_M$  从  $\alpha > \beta$  可得  $\alpha \wedge \gamma > \beta$  (对定理的单调性);

由以上公理模式和初始规则可以看出,  $M$  是古典命题逻辑 (记作 PC) 增加公理模式  $C_K$  和  $C_{MP}$ , 以及规则  $R_{CEA}$ ,  $R_N$  和  $R_M$  的扩张。

$M$  有以下内定理。

$$Th_{M1} \quad (\alpha > (\beta \wedge \gamma)) \rightarrow ((\alpha > \beta) \wedge (\alpha > \gamma))$$

$$Th_{M2} \quad ((\alpha > \beta) \wedge (\alpha > \gamma)) \rightarrow (\alpha > (\beta \wedge \gamma))$$

只证  $Th_{M2}$ ,  $Th_{M1}$  类似。

$$(1) \beta \rightarrow (\gamma \rightarrow (\beta \wedge \gamma)) \quad [P_L]$$

$$(2) \alpha > (\beta \rightarrow (\gamma \rightarrow (\beta \wedge \gamma))) \quad [(1), R_N]$$

$$(3) (\alpha > \beta) \rightarrow (\alpha > (\gamma \rightarrow (\beta \wedge \gamma))) \quad [(2), C_K, MP]$$

$$(4) (\alpha > (\gamma \rightarrow (\beta \wedge \gamma))) \rightarrow ((\alpha > \gamma) \rightarrow (\alpha > (\beta \wedge \gamma))) \quad [C_K]$$

$$(5) (\alpha > \beta) \rightarrow ((\alpha > \gamma) \rightarrow (\alpha > (\beta \wedge \gamma))) \quad [(3), (4), PC]$$

$$(6) ((\alpha > \beta) \wedge (\alpha > \gamma)) \rightarrow (\alpha > (\beta \wedge \gamma)) \quad [(5), PC]$$

$M$  有以下导出规则:

$R_{CEC}$  从  $\beta \Leftrightarrow \gamma$  可得  $(\alpha > \beta) \Leftrightarrow (\alpha > \gamma)$ 。(后件等值

置换)

$R_{EQ}$  从 $\beta \leftrightarrow \gamma$ 和 $\alpha$ 可得 $\alpha[y/\beta]$ 。(  $\alpha[y/\beta]$ 是对 $\alpha$ 中的 $\beta$ 用 $\gamma$ 置换后得到的公式。)

$R_{IC}$  从 $\alpha \rightarrow (\beta > \gamma)$  可得  $(\alpha \wedge \beta) > \gamma$ 。

$R_{CK}$  从 $\beta_1 \wedge \dots \wedge \beta_n \rightarrow \beta$ 可得

$(\alpha > \beta_1) \wedge \dots \wedge (\alpha > \beta_n) \rightarrow (\alpha > \beta)$ ,  $n \geq 1$ 。

$R_{AM}$  从 $\alpha \rightarrow \beta$ 和 $\beta > \gamma$  可得 $\alpha > \gamma$ 。

$R_{CI}$  从 $\alpha > \beta$ 和 $\beta \rightarrow \gamma$  可得 $\alpha > \gamma$  。

$R_{CEC}$ 可以由 $C_K$ 和 $R_N$ 得到。 $R_{EQ}$ 可以由 $R_{CEA}$ ,  $R_{CEC}$ 以及PC的等值置换规则得到。 $R_{CK}$ 可以由 $R_N$ ,  $C_K$ ,  $MP$ ,  $Th_{M2}$ , 以及PC证明得到。 $R_{AM}$ 可以由 $R_M$ 和 $R_{EQ}$ 得到。 $R_{CI}$ 可以由 $C_K$ 和 $R_N$ 得到。详细证明从略。以下只证 $R_{IC}$ 。

- |     |  |                       |
|-----|--|-----------------------|
| (1) | $\vdash \alpha \rightarrow (\beta > \gamma)$   | [假设]                  |
| (2) | $\vdash \alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge (\beta > \gamma))$                             | [(1), PC]             |
| (3) | $\vdash (\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta \wedge (\beta > \gamma))$ | [(2), PC]             |
| (4) | $\vdash (\beta \wedge (\beta > \gamma)) > \gamma$  | [ $C_{MP}$ ]          |
| (5) | $\vdash (\alpha \wedge \beta \wedge (\beta > \gamma)) > \gamma$                              | [(4), $R_M$ ]         |
| (6) | $\vdash (\alpha \wedge \beta) > \gamma$  | [(5), (3), $R_{EQ}$ ] |

M 还有内定理:

$Th_{M3}$   $(\alpha \wedge \gamma \wedge (\alpha > \beta)) > \beta$  [ $C_{MP}$ ,  $R_M$ ]

$Th_{M4}$   $(\alpha \wedge \gamma \wedge (\alpha > \beta) \wedge (\gamma > \neg \beta)) > \perp$

[ $C_{MP}$ ,  $Th_{M2}$ , PC]

$Th_{M5}$   $(\alpha \wedge \gamma \wedge (\gamma > \alpha) \wedge (\alpha > \beta) \wedge (\gamma > \neg \beta)) > \perp$

[ $Th_{M4}$ ,  $R_M$ ]

$C_{MP}$ 和 $Th_{M3}$ 表明M可以通过志例(1), (2), (4), (5), (8)。但是,  $Th_{M4}$ 和 $Th_{M5}$ 分别表明尼克松菱形和企鹅原则在局部推出下会导致矛盾。直观上例(6)应该得不出结论, 但是因为矛盾, 例(6)的前提在M下可以推出所有命题。这是我们不希望看到的。再有, 虽然M可以通过例(8), 但是, 因为矛盾可以推出所有命题, 所以这个“通过”不是我们可以接受的通过。这些问题将在有关整体推出的讨论和处理中解决。

根据定理 3.1, 3.2, 系统 M 是可靠的。M 的完全性证明将另文给出。

## 参考文献

- Asher, N. and Morreau, M., 1991: "Commonsense entailment:  $\alpha$  modal theory of nonmonotonic reasoning", *Proceedings of the Twelfth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, J. Mylopoulos and R. Reiter (eds), 1991, Morgan Kaufman, Los Altos, California.
- Delgrande, J., 1987: "A semantics for defaults using conditional logic", *Artificial Intelligence* 33(1987)
- 1988: "An approach to default reasoning based on first-order conditional logic. Revised report", *Artificial Intelligence* 36 (1988)
- Lifschitz, V., 1986: "On the satisfiability of circumscription", *Artificial Intelligence* 28 (1986).
- 1988: "Pointwise circumscription", in: *Readings in Nonmonotonic Reasoning*, M. Ginsberg, ed., Morgan Kaufmann Publishers, Palo Alto, CA.
- 1989: "Circumscriptive theories: a logic-based framework for knowledge representation", *Philosophical Logic and Artificial Intelligence*, R. Thomason, ed., Reidel, Dordrecht.
- Mao, Y., 2003: *A Formalism for Nonmonotonic Reasoning Encoded Generics*, Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin.
- McCarthy, J., 1980: "Circumscription — a form of non-monotonic reasoning", *Artificial Intelligence*, 13(1,2) (1980).
- 1986: "Applications of circumscription to formalizing common sense knowledge", *Artificial Intelligence* 28(1986).
- Morreau, M., 1992: *Conditionals in Philosophy and Artificial Intelligence*, Ph.D. dissertation, University of Amsterdam.
- Pelletier, F. J. and Asher, N., 1997: "Generics and defaults", *Handbook of Logic and Language*, J. van Benthem and A. ter Meulen (eds), The MIT Press, Cambridge, MA.
- Reiter, R., 1980: "A logic for default reasoning", *Artificial Intelligence*, 13(1,2) (1980).

(作者单位: 北京大学哲学系)