逻辑学研究　2008 年第 1 期，38- 49
文章编号：1674-3202(2008)-01-0038-12

涵义语义与关于概称句推理的词项逻辑*

周北海
北京大学哲学系
zhoubh@phil.pku.edu.cn

摘　要：概称句推理具有以词项为单位的特征并且词项的涵义在其中起到了重要的作用。已有的处理用λ-表达式表达涵义，不够简洁和自然。亚里斯多德三段论是一种词项逻辑，但它是外延的和单调的。这两方面的情况使得有必要考虑新的词项逻辑。涵义语义的基本观点是：语词首先表达的是涵义，通过涵义的作用，语词有了指称，表达概念。概称句三段论是更为常用的推理，有两个基本形式 GAG 和 G*aa*。在涵义语义的基础上建立的系统 GAG 和 Gaa 是关于这两种推理的公理系统。

关键词：涵义；概念；内涵；概称句；涵义语义；词项逻辑
中图分类号：B81　　　　**文献标识码**：A

在对概称句的研究中，我们建立了概称句的形式语义，揭示了概称句的本质和涵义在其中的作用，进而说明了什么是概念以及这个概念理论在解释隐喻方面的作用（[1],[2],[3],[5]）。但是，在已有的处理中，表达涵义用的是λ-表达式，不够简洁和自然。因为在自然语言表达中，用的是词项，并不是λ-表达式，我们不但明白词项的意思，而且直接用词项进行推理。于是产生了新问题，在语义方面，能否直接谈涵义？在语形方面，能否直接以词项为基本单位给出概称句推理的形式？

亚里斯多德逻辑以词项作为句子结构的基本单位，是一种词项逻辑。但是，亚里斯多德的词项逻辑只是在表达形式上使用了词项，它的外延语义完全可以使其化归到一阶逻辑，词项式的表达式也可以化归为一阶逻辑中的由个体词、谓词、量词和联结词形成的表达式。尽管如此，词项式的表达与自然语言表达方式更接近，还是有意义的。重要的是，在日常推理中，许多情况下用的是概称句，有关词项的意思不是外延的，不一定都能化归为一阶逻辑式的表达，因此有必要考虑新的词项逻辑，即基于内涵意义的词项逻辑。

---

* **收稿日期**：2008-04-30
基金项目：国家社会科学基金项目 07BZX047
致　　谢：作者与毛翊博士讨论过本文的内容，傅庆芳阅读了全文并指出其中的一些疏漏，特此致谢。

一、 亚里斯多德三段论与概称句推理

三段论是亚里斯多德逻辑的主要内容。亚里斯多德将简单陈述句分为主项 S、谓项 P 以及量项和联项四个部分。量项有全称和特称，联项有肯定和否定。根据量项和联项这四种不同情况的组合，共有全称肯定、全称否定、特称肯定和特称否定 4 种情况，分别用 A，E，I，O 表示。于是，像"所有的鸟都是动物"这样的全称肯定句的形式，在这个处理下可以表示为 SAP。亚里斯多德三段论主要是关于这四类句子推理的逻辑。经过后来的完善，三段论共有 4 个格，64 个式，它们所表达的正确推理形式共有 24 个。根据三段论还原理论，第一格的 AAA 式（以下记作 AAA-1）

$$\frac{\begin{array}{c}MAP\\ SAM\end{array}}{SAP}$$

是 24 个正确形式中的基本的形式之一（[4]，第 168 页），与该形式相应的推理也是最为常见的推理，例如

（1）鸟是动物，企鹅是鸟，所以，企鹅是动物。①

用现代逻辑的方式，AAA-1 可以表示为

（2）$(MAP \wedge SAM) \to SAP$

还有一种推理：

（3）自然数是有理数，2 是自然数，所以，2 是有理数。

这样的推理又称为含单称命题的三段论。它们与全称命题和特称命题组成的三段论不同，只有 6 种正确形式。（[7]，第 180 页）

因为"2"表达的是个体，记作 s，并且原来的表示全称肯定的词项 A 在此实际上已失去了全称的意思（在三段论中传统逻辑将单称句当作全称句看待），只有肯定，以下记作 a，所以相应的形式可以表示为

$$\frac{\begin{array}{c}MAP\\ saM\end{array}}{saP}$$

这里将其称为含单称命题三段论的第一格 Aaa 式，记作 Aaa-1，与 AAA-1 类似，可以表示为

（4）$(MAP \wedge saM) \to saP$

考虑到一阶逻辑取消了个体词与谓词之间的联项"是"，将"s 是 P"表示为 Ps，所以，（4）又可以表示为

（5）$(MAP \wedge Ms) \to Ps$

在日常思维中，还有一类常见的推理，甚至比亚里斯多德三段论更为常用。例如

---

① 全称量词可以省略。"鸟是动物"是"所有的鸟都是动物"的全称量词省略表达。其他两句类似。

（6）鸟会飞，乌鸦是鸟，所以，乌鸦会飞。

（7）鸟会飞，企鹅是鸟，所以，企鹅会飞。

（8）鸟会飞，特威蒂是鸟，所以，特威蒂会飞。

从结构看，这些推理与亚里斯多德三段论非常相像，（6）和（7）类似于AAA-1，“特威蒂”是专名，（8）类似于*Aaa*-1，但是它们与亚里斯多德三段论有根本区别。例如，如果还按AAA-1看待（6）和（7），就会出现从真前提得出假结论的情况，如（7），所以这样的推理不能用AAA-1来表达其推理形式。（8）是常见用于非单调推理的例子。如果对（8）增加前提“特威蒂是企鹅”，则应得出“特威蒂不会飞”②，所以，（8）与（3）不同。（3）是单调推理，不会因为前提增加改变结论。这些情况表明，尽管这些推理也是“三段论”，但是与亚里斯多德的三段论有完全不同的性质。问题出在两个方面：

（i）这类推理的前提并不都是全称肯定句，其中“鸟会飞”是概称句。该句并不是说“所有鸟都会飞”，不能用全称肯定句的*MAP*形式来表达。

（ii）这些推理中的“所以”不同于（1）和（2）中的“所以”。由于前提中有概称句，前提和结论之间的“所以”是可修正的所以，因此推理表现出非单调性。

关于（ii），解决的方法之一，是用类似于条件句中的蕴涵“>”表达这类推理中的“所以”，而不是用实质蕴涵“→”。（参见［6］）

关于（i），在目前的研究中，基于对概称句的不同理解，出现了对概称句的不同的形式表达。在这里，考虑按词项逻辑的方法，用表示主、谓项之间概称关系的词项*G*代替原来的表示全称肯定关系的词项*A*，于是，“鸟会飞”这样的概称句可以表示为*MGP*。从现代逻辑的观点看，在*MAP*和*MGP*这样的表达中，*A*和*G*都是逻辑常项，从语义方面看是某种关系或运算，于是，可以将*MAP*和*MGP*分别表示为$\mathrm{A}(S,P)$，$\mathrm{G}(S,P)$。按这个方法，亚里斯多德三段论AAA-1和*Aaa*-1可以分别表示为：

AAA $(\mathrm{A}(M,P)\wedge \mathrm{A}(S,M))\to \mathrm{A}(S,P)$

Aaa $(\mathrm{A}(M,P)\wedge Ms)\to Ps$

与这两个推理形式相对应，关于概称句推理也有两个基本形式：

GAG $(\mathrm{G}(M,P)\wedge \mathrm{A}(\mathrm{S},\mathrm{M}))>\mathrm{G}(\mathrm{S},\mathrm{P})$（概称句＋全称句⇒概称句）

Gaa $(\mathrm{G}(M,P)\wedge Ms)>\mathrm{P}s$ （概称句＋单称句⇒单称句）

与这4种形式相应的推理以下分别称为AAA-1推理，*Aaa*-1推理，GAG推理和*Gaa*推理。后两种推理形式和推理以下又称为概称句三段论或概称句三段论推理。

GAG和*Gaa*是以词项为基本单位的形式表达，符合我们平时的思维习惯。但是，问题的关键不在于用什么形式来表达，而在于这些形式背后的语义是什么，以及关于这类形式的逻辑又是什么。亚里斯多德三段论考虑的是关于*A*，*E*，*I*，*O*等这类句子

② 根据常识，还会有“企鹅不会飞”，因此，完整的推理是：鸟会飞，特威蒂是鸟，但特威蒂是企鹅，企鹅不会飞，所以，特威蒂不会飞。

的推理，只能是外延的，而含有概称句的推理则是内涵的。下面将首先给出这类推理形式的一种内涵语义解释。在这个解释中，词项的解释首先是涵义，而不是通常的类和个体，因此又可以称其为涵义语义。然后，在涵义语义的基础上建立关于这两种推理的逻辑系统。

二、涵义语义的基础

任何一个语义都要涉及三个部分：语言，语义框架，以及这两个部分的联系。首先要有一个语言，一个语义总是关于某个语言的语义。语义框架是语言所要谈论的对象世界。语言所表达的是这个世界里的东西。“表达”是语言和这个对象世界的联系。在形式语义学中这个表达联系通过语言表达式的解释、赋值或指派这类函数来实现。通常将语义框架和有关的解释等称为一个语言的语义。如果是逻辑语义，要考虑正确的推理形式，还有有效性概念，通过在任意解释或框架中都真来定义。

语义框架提供语言所表达的对象。如果是外延语义，只需要提供外延对象。例如，个体是个体词的对象，类是通名的对象。如果是内涵语义，则还要提供各种内涵对象。卡尔纳普提出内涵是可能世界到外延的映射③，首先在形式语义学中引入了可能世界，用数学的方法表达这一思想下的内涵对象。蒙太古首先明确提出可以将形式语义学用于自然语言，将卡尔纳普的这一观点和方法加以推广，建立了一种内涵逻辑的语义学，即他的类型论。卡尔纳普和蒙太古式的语义学是内涵语义学研究的重要方向。今天基于可能世界语义学的内涵语义研究，大体都属这一方向下的研究。[1]，[2]，[6]等提出的概称句语义也是如此。

这种语义学首先预设存在非空的可能世界集和个体域，分别记作 W 和 D。从集合论的角度看，一旦有了集合 W 和 D，就存在下面这些集合：

D^W：可能世界集 W 到个体域 D 的映射的集合；

$\wp(D)$：D 的幂集；

$\wp(D)^W$：可能世界集 W 到 D 的幂集的映射的集合；

$\wp(\wp(D)^W)$：$\wp(D)^W$ 的幂集；

$\wp(\wp(D)^W)^W$：可能世界集 W 到 $\wp(\wp(D)^W)$ 的映射的集合；

……

一般地，设 A 是任意的集合，一方面可以有以 W 为定义域，以 A 为值域的函数集 A^W，另一方面，还可以有 A 的幂集 $\wp(A)$，A 的卡氏集 $A\times A\times\cdots\times A$ 等等这些集合。两方面结合，可以无穷进行下去，得到许多类型不同的集合，也可以理解为得到许多不同类型的语义对象。这样的对象，包括这些对象的生成方式，构成了蒙太古类型论的基本架构。

为便于讨论，这里只考虑出现通名和专名的概称句。在这个限定下，关于概称句

③ 卡尔纳普本人并没有用“可能世界”这一术语，而用的是“状态描述”(description of state)。

语义，可以主要关心 D^W，$\wp(D)$，$\wp(D)^W$，$\wp(\wp(D)^W)$，$\wp(\wp(D)^W)^W$ 这几种集合。

D 是个体域，也是专名的对象域。D^W 是以 W 为定义域、以 D 为值域的所有函数的集合。其中的函数对每一个可能世界指定一个个体，相当于确定专名指称的东西。根据弗雷格涵义决定指称的思想，这样的函数相当于涵义。所以，D^W 可以看作在给定 W 和 D 的情况下所有可能的专名的涵义的集合。

$\wp(D)$ 中的元素是个体集，相当于通名的外延。$\wp(D)^W$ 中的元素是函数，这样的函数对每个可能世界指定一个个体集。这相当于，例如，如果我们知道了"鸟"意思，每到一个地方，总能挑出那些被我们称为"鸟"的那些个体。与专名的情况类似，这样的函数相当于通名的涵义。从这个角度看，$\wp(D)^W$ 是在给定 W 和 D 的情况下，有可能得到的所有通名的涵义的集合。④

$\wp(\wp(D)^W)^W$ 中的元素是这样一类函数：给定一个可能世界就会得到一个涵义的集合。由于一些涵义的集合能够提供一组性质描述，所以这类涵义的集合可以看作内涵。例如，生蛋，有羽毛，会飞等等，合起来可以看作"鸟"这个概念的内涵。于是，$\wp(\wp(D)^W)$ 就是在给定 W 和 D 的情况下，有可能得到的所有内涵的集合。从这个角度看，$\wp(\wp(D)^W)^W$ 中的元素是可能世界（集）到内涵（集）的映射。在实际中，这相当于，如果我们掌握了一个概念，那么我们就能够根据当下的情况理解和使用它的内涵。从这个意义上说，这个映射可以看作直观上的概念在形式语义学中的表达，也可以说，概念是从可能世界（集）到内涵（集）的映射。

在有了 $\wp(D)^W$，$\wp(\wp(D)^W)^W$ 这两种集合的情况下，还可以定义从 $\wp(D)^W$ 到 $\wp(\wp(D)^W)^W$ 的映射。按上面的用语，这个映射相当于对每个涵义确定一个概念，可以称为概念生成映射。

在概称句语义中，除了提供个体、类这些对象外，各种函数和函数的集合也可以作为语言表达的对象。它们就是一些内涵对象。

这里需要对"内涵"一词作一些说明。从实际的使用情况看，"内涵"一词有狭义和广义两种意义。狭义的内涵指的是某种特定的语义对象，例如，"概念的内涵是概念所反映的事物的特有属性"（［4］，第22页）。上面将 $\wp(\wp(D)^W)$ 中的元素称为内涵，也是出于这一考虑。广义的内涵指的是非外延，包括各种非外延的对象，如涵义、概念等，都是内涵性的语义对象。卡尔纳普和蒙太古的"内涵"是广义的内涵。从蒙太古语义学看，有无穷多不同类型的从可能世界出发的映射，因此有无穷多不同类型的内涵。蒙太古没有说明这些都是什么内涵。根据平时对于"涵义"、"概念"这些语词的使用，我们认为 D^W 和 $\wp(D)^W$ 中的元素分别是专名和通名的涵义，$\wp(\wp(D)^W)^W$ 中的元素是概念。此外，"内涵"还可以作为形容词限定"语义（学）"。

---

④ 需要说明：（1）弗雷格本人没有用可能世界来解释涵义；（2）弗雷格用的是"概念词"（concept word）而不用"通名"（common name）。由概念词涵义得到的指称是概念（弗雷格所说的概念），不是通常所说的外延。这一点与专名的指称是个体（外延）并不相同。

一个语义（学）如果还有非外延的对象，就称为内涵语义（学）。根据这个意义，本文所说的涵义语义，也是一种内涵语义。

三、关于概称句的涵义语义

形式语言 $\mathcal{L}$

符号 有可数无穷的个体变元、个体常项、一元谓词符号，所有变元的集合记作 Ver；谓词函项 ～，N；词句函项 A，G；命题常项 ⊥；命题联结词 →，>；量词符号 ∀；辅助符号 (,)。被定义的符号有 ⊤，¬，∧，∨，↔，∃，按通常定义。

词 （1）个体词：个体变元 x, y, z；常项 a, b, c。t 表示任意的个体词。（2）谓词：谓词符号；若 P，Q 是谓词，则 $\sim P$，$N(P, Q)$ 也是谓词。$*P$ 表示 P 或 $\sim P$。

公式 $\alpha ::= \bot \mid Pt \mid \alpha \to \beta \mid \forall x\alpha \mid \mathrm{A}(P, *Q) \mid \mathrm{G}(P, *Q) \mid N(P,*Q)t \mid \alpha > \beta \mid$

没有自由变元的公式是句子。在 $\mathcal{L}$ 的符号中，～，N，特别是 A, G，是不同于通常语言的特有符号。其中 ～ 和 N 是从谓词到谓词的映射，A 和 G 是从词项（谓词）到句子的映射，所以分别称为谓词函项和词句函项。

框架与结构

以下用 W 和 D 分别表示可能世界集和个体域。$\wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}}$，$\wp(\wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}})$ 和 $\wp(\wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}})^{\mathrm{W}}$ 中的元素分别称为（关于一元谓词的）涵义、内涵和概念。D^{W} 中的元素称为个体词涵义。

定义 1 设 W 是任意非空集。函数 $\circledast$: $\wp(\mathrm{W})\times\wp(\mathrm{W}) \to \wp(\mathrm{W})$ 称为 W 上的集选函数，如果 $\circledast$ 满足以下条件：若对任意的 $w\in \mathrm{X}$ 都有 $\circledast(\{w\}, \mathrm{Y})\subseteq \mathrm{Z}$，则 $\circledast(\mathrm{X}, \mathrm{Y})\subseteq \mathrm{Z}$。X, Y, Z 是 W 的任意子集。

定义 2 设 W 和 D 是任意非空集。对任意的 $\mathrm{s}, \mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2 \in\wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}}$，

（1）$^{\sim}$ 是 $\wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}}$ 上的运算，满足：对任意的 $w\in\mathrm{W}$，$\mathrm{s}^{\sim}(w) = \mathrm{D}-\mathrm{s}(w)$；

（2）$\mathrm{s}_1\subseteq \mathrm{s}_2$，当且仅当，对任意的 $w\in\mathrm{W}$，$\mathrm{s}_1(w)\subseteq \mathrm{s}_2(w)$；

（3）$\mathrm{s}_1 = \mathrm{s}_2$，当且仅当，$\mathrm{s}_1\subseteq \mathrm{s}_2$ 且 $\mathrm{s}_2\subseteq \mathrm{s}_1$；

（4）对任意的 $w\in\mathrm{W}$，$(\mathrm{s}_1\cup\mathrm{s}_2)(w) = \mathrm{s}_1(w)\cup\mathrm{s}_2(w)$。

定义 3 设 W 和 D 是任意非空集，$\mathrm{S} = \wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}}$。

（1）g^*: $\mathrm{S}\times\mathrm{S} \to \wp(\mathrm{W})$ 是满足以下条件的函数：对任意的 $\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2 \in\mathrm{S}$，$g^*(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2) = \{w\in\mathrm{W} : \mathrm{s}_2 \in\mathrm{s}_1{}^{c}(w)\}$， 称为 W 和 D 上的一般概称函数。其中 ^{c} 是从 S 到 $\wp(\mathrm{S})^{\mathrm{W}}$ 的映射。

（2）N: $\mathrm{S}\times\mathrm{S} \to \mathrm{S}$ 是满足以下条件的函数：对任意的 $\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2\in \mathrm{S}$，$N(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2) \subseteq \mathrm{s}_1$ 且 $N(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2) = N(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2{}^{\sim})$，称为正常个体选择函数。

（3）[,]: $\mathrm{D}\times\mathrm{S} \to \wp(\mathrm{W})$ 是满足以下条件的函数： 对任意的 $d\in\mathrm{D}$，$\mathrm{s}\in\mathrm{S}$，$[d, \mathrm{s}] = \{w\in\mathrm{W}: d\in\mathrm{s}(w)\}$。

（4）g: $\mathrm{S}\times\mathrm{S} \to \wp(\mathrm{W})$ 是满足以下条件的函数： 对任意的 $\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2\in\mathrm{S}$，

$$g(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2) = \{w\in\mathrm{W}: \text{对任意的} d\in\mathrm{D}, \circledast(\{w\}, [d, N(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2)])\subseteq[d, \mathrm{s}_2]\}$$

称为 W 和 D 上的正常性概称函数。

定义4 一个$\mathscr{L}$框架$\langle W, D, \mathcal{C}, N, \circledast\rangle$（简称框架）是一个五元组，其中W和D是任意非空集，$\mathcal{C}$是从$\wp(D)^W$到$\wp(\wp(D)^W)^W$的映射，称为概念生成映射，N是W和D上的正常个体选择函数，$\circledast$是W上的集选函数。

定义5 设$\mathfrak{F}=\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast\rangle$是任意框架。$\wp(D)^W$, $\wp(\wp(D)^W)$和$\wp(\wp(D)^W)^W$中的元素分别称为涵义、内涵和概念。

（1）涵义s, s′是**反对的**，如果存在w，$s(w)\subseteq D-s'(w)$；否则，是**相容的**。

（2）内涵int是**冲突的**，如果存在$s, s'\in int$, s, s′是反对的；否则，是**和谐的**。

（3）概念c是**矛盾的**，如果存在w，$c(w)$是冲突的；否则，是**一致的**。

（4）框架$\mathfrak{F}$是**客观的**，如果$\mathcal{C}[S]=\{\mathcal{C}(s): s\in S\}$中的概念都是一致的。

以后说的框架都是客观的。

定义6 设$\mathfrak{F}=\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast\rangle$是任意框架。$\varepsilon$是$\mathscr{L}$常项和谓词在$\mathfrak{F}$上的解释：

（1）对任意的常项c，$\varepsilon(c)\in D^W$。$\varepsilon(c)$又记作c^{ε}。

（2）对任意的谓词P，$\varepsilon(P)\in\wp(D)^W$，$\varepsilon(\sim P)=\varepsilon(P)^{\sim}$。$\varepsilon(P)$又记作$P^{\varepsilon}$。

定义7 一个$\mathscr{L}$结构是一个二元组$\langle\mathfrak{F}, \varepsilon\rangle$（简称结构），其中$\mathfrak{F}$是一个框架，$\varepsilon$是$\mathscr{L}$常项和谓词在$\mathfrak{F}$上的解释。

指派与模型

定义8 一个$\mathscr{L}$模型是一个二元组$\langle\mathfrak{S}, \sigma\rangle$（简称模型），其中$\mathfrak{S}$是一个$\mathscr{L}$结构，$\sigma$称为指派，是变元集到个体涵义域的映射，即$\sigma$: Ver$\to D^W$。

设$\mathfrak{F}=\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast\rangle$是任意框架。结构$\mathfrak{S}=\langle\mathfrak{F}, \varepsilon\rangle$又可记作$\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast, \varepsilon\rangle$；模型$\mathfrak{M}=\langle\mathfrak{S}, \sigma\rangle$又可记作$\langle\mathfrak{F}, \varepsilon, \sigma\rangle$和$\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast, \varepsilon, \sigma\rangle$。设$\mathfrak{M}=\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast, \varepsilon, \sigma\rangle$是任意的模型，以下用$W_{\mathfrak{M}}$, $D_{\mathfrak{M}}$, $\varepsilon_{\mathfrak{M}}$, $\sigma_{\mathfrak{M}}$等表示该模型中的相应部分，用$\mathfrak{F}_{\mathfrak{M}}$, $\mathfrak{S}_{\mathfrak{M}}$表示相应的框架和结构。

定义9 设$\mathfrak{M}$是任意的模型，$\sigma_{\mathfrak{M}}$是$\mathfrak{M}$中的指派，$\sigma_{\mathfrak{M}(d/x)}$是$\sigma_{\mathfrak{M}}$的（关于变元$x$的）变体，当且仅当，$\sigma_{\mathfrak{M}(d/x)}$: Ver$\to D_{\mathfrak{M}}$，并且满足以下条件：

$$\sigma_{\mathfrak{M}(d/x)}(y)=\begin{cases} d, & \text{如果 } y=x \\ \sigma_{\mathfrak{M}}(y), & \text{否则}\end{cases}$$

设$\mathfrak{M}=\langle\mathfrak{S}, \sigma\rangle$是任意的模型，$\sigma_{(d/x)}$是$\sigma$的变体，模型$\langle\mathfrak{S}, \sigma_{(d/x)}\rangle$又记作$\mathfrak{M}_{(d/x)}$。

定义10 设$\mathfrak{M}$是任意的模型，t是任意的项。t在模型$\mathfrak{M}$中的解释$t^{\mathfrak{M}}$是满足以下条件的映射：

$$t^{\mathfrak{M}}=\begin{cases} \varepsilon_{\mathfrak{M}}(c), & \text{如果 } t=c \\ \sigma_{\mathfrak{M}}(x), & \text{如果 } t=x\end{cases}$$

定义11 设$\mathfrak{M}=\langle W, D, \mathcal{C}, \circledast, \varepsilon, \sigma\rangle$是任意模型，$\gamma$是任意公式，$\|\gamma\|^{\mathfrak{M}}$是满足如下条件的集合：

（1）$\|\bot\|^{\mathfrak{M}}=\varnothing$

（2）$\|Pt\|^{\mathfrak{M}}=\{w\in W: t^{\mathfrak{M}}(w)\in P^{\varepsilon}(w)\}$

（3）$\|N(S, P)t\|^{\mathfrak{M}}=\{w\in W: t^{\mathfrak{M}}(w)\in N(S^{\varepsilon}, P^{\varepsilon})(w)\}$

（4）$\|A(S, P)\|^{\mathfrak{M}}=\{w\in W: S^{\varepsilon}(w)\subseteq P^{\varepsilon}(w)\}$

（5）$\| \mathrm{G}(S, P) \|^{\mathfrak{M}} = g^*(S^{\varepsilon}, P^{\varepsilon}) = \{w \in \mathrm{W} : P^{\varepsilon} \in S^{\varepsilon \mathcal{C}}(w)\}$

（6）$\| \alpha \to \beta \|^{\mathfrak{M}} = (\mathrm{W} - \| \alpha \|^{\mathfrak{M}}) \cup \| \beta \|^{\mathfrak{M}}$

（7）$\| \alpha > \beta \|^{\mathfrak{M}} = \cup \{\mathrm{X} \subseteq \mathrm{W} : \circledast(\mathrm{X}, \| \alpha \|^{\mathfrak{M}}) \subseteq \| \beta \|^{\mathfrak{M}}\}$

（8）$\| \forall x \alpha \|^{\mathfrak{M}} = \{w \in \mathrm{W}$: 对任意的$d \in \mathrm{D}, w \in \| \alpha \|^{\mathfrak{M}(d/x)}\}$

命题 1　对任意的模型 $\mathfrak{M}$，$\| \mathrm{A}(S, P) \|^{\mathfrak{M}} = \| \forall x(Sx \to Px) \|^{\mathfrak{M}}$。

证明从略。

定义 12　设 $\mathfrak{M}$ 是任一模型，X 是 $\mathrm{W}_{\mathfrak{M}}$ 的任一非空子集，α是任一公式。α在 X 上为真，记作 $\mathfrak{M}, \mathrm{X} \vDash \alpha$，当且仅当，$\mathrm{X} \subseteq \| \alpha \|^{\mathfrak{M}}$。特别地，如果 $\mathrm{X} = \{w\}$，称 α 在 w 是上是真的；如果 $\mathrm{X} = \mathrm{W}_{\mathfrak{M}}$，称 α 在 $\mathfrak{M}$ 上有效，记作 $\mathfrak{M} \vDash \alpha$。

定义 13　设 α是任意的公式。α是**有效的**，记作 $\vDash \alpha$，当且仅当，对任意的模型 $\mathfrak{M}$，$\mathfrak{M} \vDash \alpha$。

定义 11（4）是词项逻辑中的全称肯定句的解释。命题 1 表明，这个解释与一阶逻辑式的解释等价。如果考虑其他三种句子 E，I，O，还会得到，$\| \mathrm{E}(S, P) \|^{\mathfrak{M}} = \| \mathrm{A}(S, \sim P) \|^{\mathfrak{M}} = \| \forall x(Sx \to \neg Px) \|^{\mathfrak{M}}$，$\| \mathrm{I}(S, P) \|^{\mathfrak{M}} = \| \exists x(Sx \wedge Px) \|^{\mathfrak{M}}$，$\| \mathrm{O}(S, P) \|^{\mathfrak{M}} = \| \exists x(Sx \wedge \neg Px) \|^{\mathfrak{M}}$。这表明，在做外延解释时，关于基本陈述句的词项表达式与相应一阶逻辑表达式的语义是相同的，同时也说明，如果只考虑外延，对于词项并不需要涵义的解释。

定义 11（5）是关于概称句的语义解释。在技术上概称句的解释通过一般概称函数实现。因为出发点不同，现在的解释与原来的解释有所不同。原来的解释所使用的是定义 3（4）中的概称函数 g，依赖于正常个体选择函数 N，实质是通过正常个体的性质来确定概念的内涵。因为依赖于正常个体选择函数，所以将 g 称为正常性概称函数。定义 11（5）抽去了这一细节，保留了概称句中主项和谓项在意义方面的基本关系，即主项表达的是由主项涵义生成的概念，谓项表达的是涵义。一个概称句在可能世界 w 上是否为真，取决于其主项表达的概念在 w 上的内涵中是否有其谓项表达的涵义。从这个角度看，所以将 g^* 称为一般概称函数，g 是 g^* 在满足“对任意的 $\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2 \in \wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}}$，$g^*(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2) \subseteq \{w \in \mathrm{W}$: 对任意的 $d \in \mathrm{D}, \circledast(\{w\}, [d, N(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2)]) \subseteq [d, \mathrm{s}_2]\}$”时的特殊情况。如果只考虑概称句和全称句的推理，如 **GAG**，实际上并不需要正常个体选择函数 N 及包括正常性概称函数在内的各种语义装置。这部分内容的实质是建立概念内涵与外延中的个体之间的关系，用于既有概称句又有单称句的推理，如 **G*aa***。下面的定义也是如此。

定义 14　设 $\mathfrak{F} = \langle \mathrm{W}, \mathrm{D}, \mathcal{C}, N, \circledast \rangle$ 是任意框架。$\mathfrak{F}$ 称为正常性概称框架，如果 W 和 D 上的一般概称函数和正常性概称函数满足：对任意的 $\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2 \in \wp(\mathrm{D})^{\mathrm{W}}$，$g^*(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2) \subseteq g(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2)$。

四、概称句三段论推理系统 GAG 和 Gaa

系统 GAG

GAG 是关于概称句三段论 **GAG** 推理的系统。一个系统是关于 **GAG** 推理的系统，

其标志就是有内定理 GAG。GAG是在常识推理系统 M（参见［6］）的基础上，通过通常的量化扩张以及增加关于概称句推理的公理所得到的系统。先给出 M 的量化扩张 MQ。

$MQ = M + \forall_{\to} + \forall_{-} + R\forall_{+}$，即对 M 增加下面的公理和规则得到的系统：

$\forall_{\to}$　$\forall x(\alpha \to \beta) \to (\forall x\alpha \to \forall x\beta)$

$\forall_{-}$　$\forall x\, \alpha \to \alpha(x/y)$，$\alpha(x/y)$ 合适。

$R\forall_{+}$ 从 α 可得 $\forall x\alpha$。

以下将在 S 的基础上增加公理 $\forall_{\to}$，$\forall_{-}$ 和规则 $R\forall_{+}$ 得到的系统称为 S 的经典量化扩张。MQ 是 M 的经典量化扩张。GAG 是在 MQ 的基础上增加公理 Gs 得到的系统，即

GAG = MQ + Gs

Gs　$A(S, M) \to (G(M, P) > G(S, P))$（概称句三段论公理）

Gs 的意思是：如果 S 类在 M 类中，那么，一般地，若概念 M 中有涵义 P 则概念 S 中也有涵义 P。这是从外延看内涵，一定程度上体现了外延与内涵的反比关系，符合直观。

GAG 有内定理 $(A(S, M) \wedge G(M, P)) > G(S, P)$　（**GAG**）

由概称句三段论公理 Gs 和 M 规则 R_{IC}（$\alpha \to (\beta > \gamma) / (\alpha \wedge \beta) > \gamma$）可得。

系统 Gaa

Gaa 是关于 ***Gaa*** 推理的系统。这种推理的特点是既有概称句，又有单称句，是一种一般到个别的推理，要点是将概念上的一般用于特定个体。与 GAG 类似，这类系统的标志是有内定理 ***Gaa***。在 MQ 的基础上可通过多种扩张方式使得 ***Gaa*** 是内定理。这里给出的系统 Gaa 是比较合理的一种。

$Gaa = MQ + \mathbf{I_D} + \mathbf{R_{TT}} + \mathbf{N_G} + \mathbf{D_N} = M_{IT}Q + \mathbf{N_G} + \mathbf{D_N}$

$M_{IT} = M + \mathbf{I_D} + \mathbf{R_{TT}}$，是 M 的扩张，$M_{IT}Q$ 是 M_{IT} 的经典量化扩展。其中

$\mathbf{I_D}$　$\alpha > \alpha$

$\mathbf{R_{TT}}$ 从 $\alpha > \beta$ 和 $\beta > \gamma$ 可得 $\alpha > \gamma$。

$\mathbf{N_G}$　$G(S, P) \to \forall x\,(N(S, P)x > Px)$（正常性公理）

$\mathbf{D_N}$　$G(S, P) \to (St > N(S, P)t)$（正常个体默认公理）

Gaa 有内定理 $(G(S, P) \wedge St) > Pt$　（***Gaa***）

证明：

(1) $G(S, P) \to (N(S, P)t > Pt)$　　[N_G, $\forall_-$, PC][⑤]

(2) $G(S, P) \wedge N(S, P)t > Pt$　　[(1), R_{IC}]

(3) $G(S, P) \wedge St > G(S, P)$　　[I_D, R_M]

⑤ PC 表示通常的古典命题演算。以下 R_{IC}（从 $\alpha \to (\beta > \gamma)$ 可得 $(\alpha \wedge \beta) > \gamma$），$R_M$（从 $\alpha > \beta$ 可得 $\alpha \wedge \gamma > \beta$），$R_{CC}$（从 $\alpha > \beta$ 和 $\alpha > \gamma$ 可得 $\alpha > (\beta \wedge \gamma)$），都是 M 规则。

(4) $G(S, P) \wedge St > N(S, P)t$　[D_N, R_{IC}]

(5) $G(S, P) \wedge St > G(S, P) \wedge N(S, P)t$　[(3), (4), R_{CC}]

(6) $G(S, P) \wedge St > Pt$　[(2), (5), R_{TT}]

N_G和D_N是两个特别的公理。N_G要求对于概称句的一般性理解应满足对正常情况和正常个体的理解。用这两个“正常”理解概称句，简称对概称句的正常性理解，因此将N_G称为“正常性公理”。D_N的直观意思是，在有$G(S, P)$的情况下，当有St（t是S）时，一般地（或通常地），有$N(S,P)t$（t是关于P正常的S）。这也就是说，如果没有其他说明（或在信息不充分的情况下），便默认所涉个体是相关条件下的正常个体，因此这里将D_N称为“正常个体默认公理”。这是平时这类推理的实际情况。D_N是这个默认的直接展示。

在系统MQ的基础上，只增加一个与概称句有关的公理，并且没有用到关于量词的公理或规则，就可以得到相应于AAA-1的概称句推理形式，即定理GAG，而为了得到相应于A*aa*-1的概称句推理形式，即定理G*aa*，则要增加与量词有关的公理N_G和D_N，并且还要对M进行扩张，增加关于>的公理I_D和规则R_{TT}。这表明含单称命题的三段论比全称命题三段论要复杂，也是从一个侧面说明了从概念出发要得到关于某个个体是否具有这个概念所表达的性质是一个复杂的过程，有更多的条件和隐藏的预设。相比较而言，从概念的内涵得到概念的内涵则要简单得多。

GAG和Gaa所涉及到的公理和规则对应的语义条件如下：

G_S：对任意的$s_1, s_2, s_3 \in \wp(D)^W$，任意的$w \in W$，如果$s_1(w) \subseteq s_2(w)$，则$\circledast(\{w\}, g^*(s_2, s_3)) \subseteq g^*(s_1, s_3)$

N_G：对任意的$s, s' \in \wp(D)^W$，$g^*(s, s') \subseteq g(s, s')$。

D_N：对任意的$s, s' \in \wp(D)^W$，$g^*(s, s') \cap [d, s] \subseteq [d, N(s, s')]$。

I_D：对任意的$X, Y \subseteq W$，$\circledast(X, Y) \subseteq Y$。

R_{TT}：对任意的$X, Y, Z \subseteq W$，如果$\circledast(W, X) \subseteq Y$，$\circledast(W, Y) \subseteq Z$，则$\circledast(W, X) \subseteq Z$。

由此可以得到相应的GAG框架和Gaa框架，并得到这两个系统的可靠性。完全性需另文讨论。

五、结语：亚里斯多德三段论与概称句三段论

三段论是我们平时最为常用的推理之一。亚里斯多德三段论是外延的，单调的，但是实际上，平时我们用得更多的是带有概称句的三段论推理，这是内涵的，非单调的，与亚里斯多德三段论有根本不同的性质。

例如，考虑这个推理：

商品具有使用价值，这货架上的奶粉是商品，所以，这货架上的奶粉有使用价值。

完全可能出现这样的情况，因为质量、时效等原因这些奶粉已经不具有使用价值，但是前提都是真的。问题出在“商品具有使用价值”是概称句，不是全称句，以及其中的“所以”因而也具有非单调性。这个推理不能理解为亚里斯多德三段论的AAA-1

推理，而是概称句的 GAG 推理。

再如，考虑：

金属是导体，金是金属，所以金是导体。

有报道称，近来科学研究表明，金在纳米尺度下“性情大变”，被拉伸的氧化的金纳米线超过一定长度就会变成绝缘体，出现“金属–绝缘体”转化现象（新华网华盛顿3月3日电，记者张忠霞）。与上例类似，“金属是导体”是概称句，这也是一个 GAG 推理。

有过编写普通逻辑教材的经历都会有这样的体会，要找到贴近日常生活而又是“真正”全称句的例子其实并不那么容易。而另一方面，如果要找 GAG、*Gaa* 这样的例子，则可以说俯拾皆是。这正说明在日常推理中概称句推理其实更为普遍，是一种常见的常识推理。有观点认为，传统逻辑用自然语言表达，贴近日常思维。但是，关于这类常见的常识推理，包括这类推理的非单调性，传统逻辑并没有相关的理论。现代逻辑发现了这些问题并力图加以解决。本文也是一个尝试。研究概称句三段论的目的之一，是丰富三段论式的推理理论，包括明确亚里斯多德三段论的使用界限。尽管理论上的研究还有待于进一步深入和完善，但是在教学方面，如果涉及到这类问题时应予以特别注意，区分不同的句子和不同的推理。“商品具有使用价值”，“金属是导体”，都是在讲词项逻辑时常举的例子。

参考文献：

[1] Yi Mao, 2003, *A Formalism for Nonmonotonic Reasoning Encoded Generics*, dissertation, University of Texas at Austin.

[2] Yi Mao and Behai Zhou, 2003, “An analysis of The Meaning of Generics”, *Social Sciences in China*, vol. XXIV, No.3, Autumn 2003, pp.126–133.

[3] Yi Mao and Beihai Zhou, 2007, “Interpreting Metaphors in A New Semantic Theory of Concepts”, *Lecture Notes in Artificial Intelligence* 4384 (T. Washio *et al.* Eds), JSAI 2006, Springer–Verlag Berlin Heidelberg, pp.177–190.

[4] 金岳霖主编，形式逻辑，北京：人民出版社， 1979年.

[5] 周北海，概称句本质与概念，北京大学学报，2004年第4期，第20–29页.

[6] 周北海，毛翊，一个关于常识推理的基础逻辑，哲学研究，2003年增刊，第1–10页.

[7] 诸葛殷同，张家龙等，形式逻辑原理，长春：人民出版社，1982年.

（**责任编辑：刘海林**）

Sense Semantics and Term Logics for Generic Reasoning

Beihai Zhou
Department of Philosophy, Peking University
zhoubh@phil.pku.edu.cn

Abstract: Generic reasoning makes a feature of having terms as its units, and senses of terms play an important role in such reasoning. The standard approach represents senses by λ-expressions, which are nevertheless not simple and natural enough. The Aristotelean syllogism is a term logic, but it is extensional and monotonic. It is, therefore, necessary to consider some new kind of term logic for generic reasoning, which is built on terms on the one hand, but is intensional and non-monotonic on the other. Toward this end, the present paper discusses sense semantics and generic syllogism. The basic ideas behind sense semantics are as follows: words express senses in the first place, and then, with the help of senses, they denote and express concepts. Generic syllogism, which is much more commonly used than the ordinary syllogism, has two basic forms: GAG and Gaa, and two systems GAG and Gaa for them are established based on sense semantics.

There are three parts in this paper. The first part (section 1) is about similarity and difference between the Aristotelean syllogism and the generic syllogism. The Aristotelean syllogism Barbara (AAA-1), which can be written as $(\mathrm{A}(M, P) \wedge \mathrm{A}(S, M)) \rightarrow \mathrm{A}(S, P)$ (**AAA**), is not the form of the kind of reasoning such as "Birds fly, penguins are birds, so penguins fly", because there are generic sentences in it. The correct form for this reasoning should be $(\mathrm{G}(M, P) \wedge \mathrm{A}(S, M)) > \mathrm{G}(S, P)$ (**GAG**). There is another kind of syllogism, namely, "Birds fly, Tweety is a bird, so Tweety flys". For the same reason, the form of this kind of reasoning should be $(\mathrm{G}(M, P) \wedge Ms) > Ps$ (**Gaa**), but not $(\mathrm{A}(M, P) \wedge Ms) \rightarrow Ps$ (**Aaa**). Based on the view that a term has four meanings, that is, sense, reference (extension), concept and intension, in the second part of this paper (section 2 and 3), frames and models for **GAG** and **Gaa** are defined. This is the sense semantics, which can explain the validity of generic syllogism. In the third part (section 4), two systems GAG and Gaa are given, and the formulae **GAG** and **Gaa** are theorems of these two systems respectively. GAG is a system based on MQ with one extra axiom $\mathrm{A}(S, M) \rightarrow (\mathrm{G}(M, P) > \mathrm{G}(S, P))$. However, to obtain the system Gaa based on MQ, we need three extra axioms, two of which are about generic reasoning. This shows that **Gaa** is more complicated than GAG.

Key words: sense, concept, intension, generic sentence, sense semantics, term logic